2019-2020 学年河南省实验中学高一上学期月考
数学真题卷答案

一、选择题（本题共 12 个小题，每题 5 分，共 60 分．在每小题给出的四个选项中，有且只有一个是符合题目要求的）

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
C	C	C	D	D	A	B	D	C	C	B	B

二、填空题（本大题有 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.请将答案填写在题中的横线上）

13. $f(x)=x^2-x,x\geq 1$　　14. $\left[-1,\dfrac{1}{2}\right]$

15. $[0,3]$　　16. 2

三、解答题（本大题有 6 小题，共 70 分.解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤）

17．已知集合 $A=\{x|\dfrac{x-6}{x+12}\leqslant 0\}$，$B=\{x|2m-1<x\leqslant m-5\}$，其中 $m\in R$．

（1）若 $m=-7$，求 $A\bigcup B$；

（2）若 $A\bigcap B=B$，求实数 m 的取值范围．

【解答】解：（I）$A=\{x|-12<x\leqslant 6\}$；

$m=-7$ 时，$B=\{x|-15<x\leqslant -12\}$；

$\therefore A\bigcup B=(-15,\ 6]$；

（II）$\because A\bigcap B=B$；

$\therefore B\subseteq A$；

①$B=\varnothing$ 时，$2m-1\geqslant m-5$；

$\therefore m \geqslant -4$;

② $B \neq \varnothing$ 时，$\begin{cases} 2m-1 \geqslant -12 \\ m-5 \leqslant 6 \\ m < -4 \end{cases}$;

解得 $-\dfrac{11}{2} \leqslant m < -4$;

综上，实数 m 的取值范围为 $[-\dfrac{11}{2},+\infty)$.

18．已知 $f(x)$ 是定义域为 R 的偶函数，当 $x \geqslant 0$ 时，$f(x)=x^{2}-4x$，

（1）求 $f(x)$ 得解析式;

（2）求不等式 $f(x+2)<5$ 的解集.

【解答】解:（1）若 $x<0$，则 $-x>0$，

$\because$ 当 $x \geqslant 0$ 时，$f(x)=x^{2}-4x$，

$\therefore$ 当 $-x>0$ 时，$f(-x)=x^{2}+4x$，

$\because f(x)$ 是定义域为 R 的偶函数，

$\therefore f(-x)=x^{2}+4x=f(x)$，

即当 $x<0$ 时，$f(x)=x^{2}+4x$，

$\therefore f(x)=\begin{cases} x^{2}-4x, x \geqslant 0 \\ x^{2}+4x, x<0 \end{cases}$，

（2）当 $x \geqslant 0$ 时，由 $f(x)=x^{2}-4x=5$，解得 $x=5$ 或 $x=-1$（舍去），

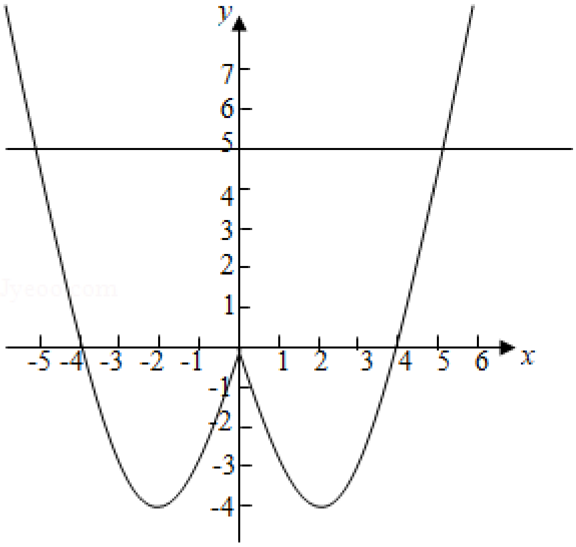
则根据对称性可得，当 $x<0$ 时，$f(-5)=5$，

作出函数 $f(x)$ 的图象如图:

则不等式 $f(x+2)<5$ 等价为 $-5<x+2<5$，

即 $-7<x<3$，

则不等式的解集为 $(-7,3)$，



19．已知关于 x 的一元二次不等式 $ax^2-(2a-1)x-2>0$，其中 $a<0$.

（1）若不等式的解集是 $(\frac{1}{2}$，$b)$，求 a，b 值.

（2）求不等式的解集.

【解答】解：（1）$\because$ 不等式 $ax^2-(2a-1)x-2>0(a<0)$ 的解集是 $(\frac{1}{2}$，$b)$，

$\therefore \begin{cases} -\frac{1}{a}=\frac{1}{2} \\ b=2 \end{cases}$，解得 $a=-2$，$b=2$.

（2）$\because ax^2-(2a-1)x-2=(ax+1)(x-2)>0(a<0)$，

$\therefore (x+\frac{1}{a})(x-2)<0$，

当 $-\frac{1}{a}=2$，即 $a=-\frac{1}{2}$ 时，不等式为 $(a-2)^2<0$，则不等式的解集是 $\varnothing$，

当 $-\frac{1}{a}>2$，即 $-\frac{1}{2}<a<0$ 时，解不等式得 $2<x<-\frac{1}{a}$；

当 $-\frac{1}{a}<2$，即 $a<-\frac{1}{2}$，解不等式得 $-\frac{1}{a}<x<2$；

综上所述，当 $a=-\frac{1}{2}$ 时，不等式的解集为 $\varnothing$；

当 $-\frac{1}{2}<a<0$ 时，不等式的解集为 $(2,-\frac{1}{a})$，

当 $a<-\frac{1}{2}$ 时，不等式的解集为 $(-\frac{1}{a}$，$2)$.

20．已知函数 $f(x)=\dfrac{ax+b}{x^2+1}$ 是定义在 $(-1,1)$ 上的奇函数，且 $f(\frac{1}{2})=\frac{2}{5}$．

（1）求函数 $f(x)$ 的解析式；

（2）判断函数 $f(x)$ 的单调性，并证明；

（3）解关于 x 的不等式 $f(2x-1)+f(x)<0$．

【解答】解：（1）$\because$ 函数 $f(x)=\dfrac{ax+b}{x^2+1}$ 是定义在 $(-1,1)$ 上的奇函数，

$\therefore f(0)=0$，

又 $\because f(\frac{1}{2})=\frac{2}{5}$．

$\therefore b=0$，$a=1$，

$\therefore f(x)=\dfrac{x}{x^2+1}$．

（2）$f(x)$ 在 $(-1,1)$ 上为增函数，理由如下：

证法一：设 $-1<x_1<x_2<1$，

则 $1-x_1\bullet x_2>0$，$x_1-x_2>0$，$1+x_1^2>0$，$1+x_2^2>0$，

$\therefore f(x_1)-f(x_2)=\dfrac{x_1}{x_1{}^2+1}-\dfrac{x_2}{x_2{}^2+1}=\dfrac{(x_1-x_2)(1-x_1x_2)}{(x_1{}^2+1)(x_2{}^2+1)}<0$，

$\therefore f(x_1)<f(x_2)$

$\therefore f(x)$ 在在 $(-1,1)$ 上为增函数，

证法二：$\because f(x)=\dfrac{x}{x^2+1}$．

$\therefore f'(x)=\dfrac{1-x^2}{(x^2+1)^2}$．

当 $x\in(-1,1)$ 时，$f'(x)>0$ 恒成立，

$\therefore f(x)$ 在在 $(-1,1)$ 上为增函数，

（3）$\because f(2x-1)+f(x)<0$，

$\therefore f(2x-1)<-f(x)=f(-x)$，

又 $f(x)$ 在在 $(-1,1)$ 上为递增的奇函数，

$\therefore -1<2x-1<-x<1$，

$\therefore 0<x<\frac{1}{3}$，

$\therefore$ 不等式 $f(2x-1)+f(x)<0$ 的解集为 $(0,\frac{1}{3})$.

21．设 a 为实数，函数 $f(x)=x^2-|x-a|+1$，$x\in R$.

（1）当 $a=0$ 时，求 $f(x)$ 在区间 $[0$，$2]$ 上的最大值和最小值；

（2）求函数 $f(x)$ 的最小值.

【解答】解：（1）当 $a=0$，$x\in[0$，$2]$ 时，函数 $f(x)=x^2-x+1$，

因为 $f(x)$ 的图象抛物线开口向上，对称轴为 $x=\frac{1}{2}$，

所以，当 $x=\frac{1}{2}$ 时，$f(x)$ 值最小，最小值为 $\frac{3}{4}$；

当 $x=2$ 时，$f(x)$ 值最大，最大值为 3.

（2）①当 $x\leqslant a$ 时，函数 $f(x)=x^2+x-a+1=(x+\frac{1}{2})^2-a+\frac{3}{4}$.

若 $a\leqslant -\frac{1}{2}$，则 $f(x)$ 在 $(-\infty$，$a]$ 上单调递减，在 $(-\infty$，$a]$ 上的最小值为 f（a）$=a^2+1$；

若 $a>-\frac{1}{2}$，则函数 $f(x)$ 在 $(-\infty$，$a]$ 上的最小值为 $f(-\frac{1}{2})=\frac{3}{4}-a$；

②当 $x>a$ 时，$f(x)=x^2-x+a+1=(x-\frac{1}{2})^2+a+\frac{3}{4}$.

若 $a<\frac{1}{2}$，则 $f(x)$ 在 $[a，+\infty)$ 上的最小值为 $f(\frac{1}{2})=\frac{3}{4}+a$；

若 $a\geqslant\frac{1}{2}$，则 $f(x)$ 在 $[a，+\infty)$ 上单调递增，$f(x)>f$（a）$=a^2+1$.

所以，当 $a\leqslant-\frac{1}{2}$ 时，$a^2+1-(a+\frac{3}{4})=(a-\frac{1}{2})^2\geqslant0$，$f(x)$ 的最小值为 $\frac{3}{4}+a$.

当 $a\geqslant\frac{1}{2}$ 时，$a^2+1-(\frac{3}{4}-a)=(a+\frac{1}{2})^2\geqslant0$，$f(x)$ 的最小值为 $\frac{3}{4}-a$.

当 $-\frac{1}{2}<a<\frac{1}{2}$ 时，$f(x)$ 的最小值为 $\frac{3}{4}+a$ 与 $\frac{3}{4}-a$ 中小者.

所以，当 $-\frac{1}{2}<a<0$ 时，$f(x)$ 的最小值为 $\frac{3}{4}+a$；当 $0\leqslant a<\frac{1}{2}$ 时，$f(x)$ 的最小值为 $\frac{3}{4}-a$

综上，当 $a<0$ 时，$f(x)$ 的最小值为 $\frac{3}{4}+a$；当 $a\geqslant0$ 时，$f(x)$ 的最小值为 $\frac{3}{4}-a$.

22．设函数 $f(x)$ 的定义域是 R，对于任意实数 m，n，恒有 $f(m+n)=f(m)\bullet f(n)$，且当 $x>0$ 时，$0<f(x)<1$.

（1）求证：$f(0)=1$，且当 $x<0$ 时，有 $f(x)>1$；

（2）判断 $f(x)$ 在 R 上的单调性；

（3）设集合 $A=\{(x，y)|f(x^2)\bullet f(y^2)>f$（1）$\}$，$B=\{(x，y)|f(ax-y+2)=1，a\in R\}$，若 $A\bigcap B=\varnothing$，求 a 的取值范围.

【解答】解：（1）证明：$\because f(m+n)=f(m)f(n)$，令 $m=1$，$n=0$，则 f（1）$=f$（1）$f(0)$，

且由 $x>0$ 时，$0<f(x)<1$，$\therefore f$（1）$>0\therefore f(0)=1$；

设 $m=x<0$，$n=-x>0$，$\therefore f(0)=f(x)f(-x)$，$\therefore f(x)=\dfrac{1}{f(-x)}$

$\because -x>0$，$\therefore 0<f(-x)<1$，$\therefore \dfrac{1}{f(-x)}>1$.

即当 $x<0$ 时，有 $f(x)>1$.

（2）设 $x_1<x_2$，则 $x_2-x_1>0$，$\therefore 0<f(x_2-x_1)<1$，

$\therefore f(x_2)-f(x_1)=f[(x_2-x_1)+x_1]-f(x_1)$

$=f(x_2-x_1)f(x_1)-f(x_1)=f(x_1)[f(x_2-x_1)-1]<0$，

当 $m=n$ 时，$f(2n)=f(n)f(n)=f(n)^2\geqslant 0$，

所以当 $x\in R$，$f(x)\geqslant 0$，所以 $f(x_1)\geqslant 0$，

所以 $f(x_2)-f(x_1)<0$，即 $f(x_2)<f(x_1)$，

$\therefore f(x)$ 在 R 上单调递减.

（3）$\because f(x^2)f(y^2)>f$（1），

$\therefore f(x^2+y^2)>f$（1），由 $f(x)$ 单调性知 $x^2+y^2<1$，

又 $f(ax-y+2)=1=f(0)$，

$\therefore ax-y+2=0$，

又 $A\bigcap B=\varnothing$，$\therefore \dfrac{2}{\sqrt{a^2+1}}\geqslant 1$，

$\therefore a^2+1\leqslant 4$，从而 $-\sqrt{3}\leqslant a\leqslant \sqrt{3}$.