

## 2019-2020 学年郑州外国语学校高一上学期第一次月考 数学真题卷

一、选择题（本题共 12 个小题，每题 4 分，共 48 分。在每小题给出的四个选项中，有且只有一个符合题目要求的）

1. 已知集合  $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ ,  $B = \{x | (x-1)(x+2) < 0\}$ , 则  $A \cap B =$  ( )
 

A.  $\{-1, 0\}$       B.  $\{0, 1\}$       C.  $\{-1, 0, 1\}$       D.  $\{0, 1, 2\}$
  
2. 下列对应是集合  $A$  到集合  $B$  的映射的是 ( )
 

A.  $A = N_+, B = N_+, f: x \rightarrow |x-3|$

B.  $A = \{x | x \text{ 是圆}\}, B = \{x | x \text{ 是三角形}\}, f: \text{作圆的内接三角形}$

C.  $A = \{x | 0 \leq x \leq 2\}, B = \{y | 0 \leq y \leq 6\}, f: x \rightarrow y = \frac{1}{2}x$

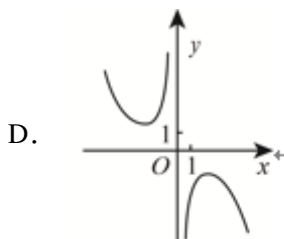
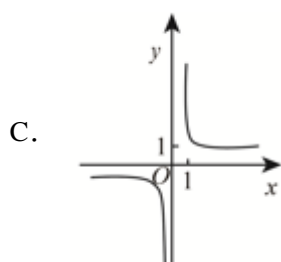
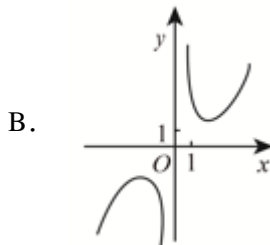
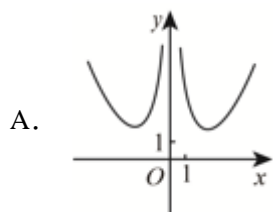
D.  $A = \{0, 1\}, B = \{-1, 0, 1\}, f: A \text{ 中的数开平方}$
  
3. 已知函数  $f(x-1)$  的定义域为  $[-2, 3]$ , 则函数  $f(2x+1)$  的定义域为 ( )
 

A.  $[-1, 9]$       B.  $[-3, 7]$       C.  $[-2, 1]$       D.  $[-2, \frac{1}{2}]$
  
4. 若函数  $f(x) = 3x + \frac{2^{x+1}}{1+2^x}$ , 则  $f(-2019) + f(2019)$  的值为 ( )
 

A. 0      B. 1      C. 2      D. 4
  
5. 若  $\frac{1}{2} < \left(\frac{1}{2}\right)^a < \left(\frac{1}{2}\right)^b < 1 (a, b \in R)$ , 则 ( )
 

A.  $a^a < a^b < b^a$       B.  $b^a < a^a < a^b$       C.  $a^b < a^a < b^a$       D.  $b^a < a^b < a^a$

6. 函数  $f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{x^2}$  的图像大致为 ( )



7. 已知函数  $f(x) = \begin{cases} -x^2 - ax - 5, & x \leq 1 \\ \frac{a}{x}, & x > 1 \end{cases}$  是  $\mathbf{R}$  上的增函数, 则  $a$  的取值范围是 ( )

A.  $-3 \leq a < 0$

B.  $a < 0$

C.  $a \leq -2$

D.  $-3 \leq a \leq -2$

8. 已知函数  $f(x) = \sqrt{mx^2 + mx + 1}$  的值域为  $[0, +\infty)$ , 则  $m$  的取值范围是 ( )

A.  $[0, 4]$

B.  $(0, 4]$

C.  $(0, 4)$

D.  $[4, +\infty)$

9. 定义在  $\mathbf{R}$  上的函数  $f(x)$  满足  $f(x+y) = f(x) + f(y)$ , 当  $x < 0$  时,  $f(x) > 0$ , 则函数  $f(x)$  在  $[m, n]$  上有 ( )

A. 最小值  $f(m)$

B. 最大值  $f(n)$

C. 最大值  $f\left(\frac{m+n}{2}\right)$

D. 最小值  $f(n)$

10. 已知  $f(x)$  是定义在  $(-2b, b+1)$  上的偶函数, 且在  $(-2b, 0]$  上为增函数, 则  $f(x-1) \leq f(2x)$  的解集为 ( )

- A.  $(-\infty, -1]$       B.  $(-1, \frac{1}{3}]$       C.  $[-1, \frac{1}{3}]$       D.  $[\frac{1}{3}, 1]$

11. 已知  $f(x) = \begin{cases} -x^2, & x \geq 0 \\ x^2 + 2x, & x < 0 \end{cases}$ , 则不等式  $f(f(x)) \leq 3$  的解集为 ( )

- A.  $(-\infty, -3]$       B.  $[-3, +\infty)$       C.  $(-\infty, \sqrt{3}]$       D.  $[\sqrt{3}, +\infty)$

12. 若函数  $f(x)$  满足对任意的  $x \in [n, m] (n < m)$ , 都有  $\frac{n}{k} \leq f(x) \leq km$  成立, 则称函数  $f(x)$  在区间  $[n, m] (n < m)$  上是“被  $k$  约束的”. 若函数  $f(x) = x^2 - ax + a^2$  在区间  $[\frac{1}{a}, a] (a > 0)$  上是“被 2 约束的”, 则实数  $a$  的取值范围是 ( )

- A.  $(1, \sqrt[3]{\frac{2}{3}}]$       B.  $(1, 2]$       C.  $(\sqrt[3]{\frac{2}{3}}, \sqrt{2}]$       D.  $(\sqrt{2}, 2]$

二、填空题 (本大题有 4 小题, 每小题 4 分, 共 16 分. 请将答案填写在题中的横线上)

13. 已知集合  $M$  满足  $\{1, 2\} \subseteq M \subsetneq \{1, 2, 3, 4\}$ , 则集合  $M$  的个数是 \_\_\_\_\_ 个.

14. 计算:  $0.027^{-\frac{1}{3}} - (-\frac{1}{6})^{-2} + 81^{0.75} + (\frac{1}{9})^0 - 3^{-1} =$  \_\_\_\_\_.

15. 若在区间  $[m, m+3]$  上, 函数  $f(x) = 3^x - 3$  的最小值不小于  $g(x) = -x^2 + 3x + 4$  的最大值, 则正数  $m$  的取值范围为\_\_\_\_\_.

16. 已知函数  $f(x) = \begin{cases} x + \frac{1}{2}, & x \in [0, \frac{1}{2}) \\ 2^{x-1}, & x \in [\frac{1}{2}, 2) \end{cases}$ , 若存在  $x_1, x_2$ , 当  $0 \leq x_1 < x_2 < 2$  时,

$f(x_1) = f(x_2)$ , 则  $x_1 f(x_2) - f(x_2)$  的取值范围为\_\_\_\_\_.

三、解答题 (本大题有 4 小题, 共 36 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤)

17. 设全集  $U = \mathbf{R}$ ,  $A = \{x | 1 \leq x \leq 3\}$ ,  $B = \{x | 2a < x < a + 3\}$

(1) 当  $a=1$  时, 求  $(C_U A) \cap B$ ;

(2) 若  $(C_U A) \cap B = B$ , 求实数  $a$  的取值范围.

18. 某公司现有 A、B 两种产品考虑投资，它们的投资金额  $x$  与利润  $y$ （单位均为百万元）分别满足函数关系式： $y_1 = a\sqrt{x-1}$ ， $y_2 = bx$ （其中  $a$ 、 $b$  均为常数）。已知当对 A、B 投资金额均为 3 百万时，所获得 A、B 的利润均为 6 百万元，目前公司计划对 A、B 产品总共投资 8 百万元，两种产品都要投资

- (1) 若对 A 产品投资  $x$  百万元，试求投资 A、B 产品获得的总利润  $f(x)$ （单位：百万元）；
- (2) 试求当 A 产品投资多少时，总利润达到最大值，并求出最大值。

19. 已知二次函数  $y = f(x)$  满足  $f(2x-1) = 4x^2 - 8x$

(1) 求  $f(x)$  的解析式;

(2) 求  $y = f(x)$  在区间  $[t, t+1]$  ( $t \in \mathbf{R}$ ) 上的最小值.

20. 已知关于  $x$  的函数  $f(x) = 4^x + m \cdot 2^x + 1$ , 定义域为  $(-1, 1]$

(1) 当  $m = -1$  时, 解不等式  $f(x) \geq 3$ ;

(2) 若函数  $f(x)$  有零点, 求  $m$  的取值范围.