高一·数学篇

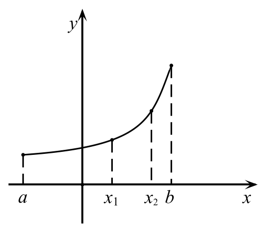
MATHEMATICS

集合

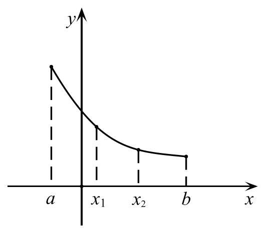
- 运算
  - 并集
    - 含义 — $A\cup B=\{x|x\in A或x\in B\}$
    - 性质
      - $A\cup A=A$
      - $A\cup\varnothing=A$
      - $(A\cup B)\supseteq A$
      - $(A\cup B)\supseteq B$
      - $A\cup B=A\Leftrightarrow B\subseteq A$
  - 交集
    - 含义 — $A\cap B=\{x|x\in A且x\in B\}$
    - 性质
      - $A\cap A=A$
      - $A\cap\varnothing=\varnothing$
      - $(A\cap B)\subseteq A$
      - $(A\cap B)\subseteq B$
      - $A\cap B=A\Leftrightarrow A\subseteq B$
  - 补集
    - 含义 — $\complement_U A=\{x|x\in U且x\notin A\}$
    - 性质
      - $A\cup\complement_U A=U$
      - $A\cap\complement_U A=\varnothing$
      - $\complement_U(\complement_U A)=A$
      - $\complement_U(A\cup B)=\complement_U A\cap\complement_U B$
      - $\complement_U(A\cap B)=\complement_U A\cup\complement_U B$
- 运算律
  - 交换律
    - $A\cup B=B\cup A$
    - $A\cap B=B\cap A$
  - 结合律
    - $(A\cup B)\cup C=A\cup(B\cup C)$
    - $(A\cap B)\cap C=A\cap(B\cap C)$
  - 分配率
    - $A\cap(B\cup C)=(A\cap B)\cup(A\cap C)$
    - $A\cup(B\cap C)=(A\cup B)\cap(A\cup C)$
  - 德·摩根定律
    - $\complement_U(A\cup B)=\complement_U A\cap\complement_U B$
    - $\complement_U(A\cap B)=\complement_U A\cup\complement_U B$
- 概念
  - 研究【对象】的总体
  - 元素 — 特征
    - 确定性
    - 互异性
    - 无序性
  - 分类
    - 有限集 — 空集$\varnothing$
    - 无限集
- 关系符号
  - 符号
    - 集合常用大写拉丁字母A,B,C表示
    - 元素常用小写拉丁字母a,b,c表示
  - 元素与集合
    - $a\in A$
    - $a\notin A$
  - 集合与集合
    - $B\subseteq A$
    - $C\subsetneqq A$
    - $M=N$ $(M\subseteq N且N\subseteq M)$
  - 常用数集
    - 自然数集 — $\mathbf{N}$
    - 正整数集 — $\mathbf{N}^*$
    - 整数集 — $\mathbf{Z}$
    - 有理数集 — $\mathbf{Q}$
    - 实数集 — $\mathbf{R}$
- 表示方法
  - 自然语言法
  - 列举法 — $\{1,2,3\}$
  - 描述法 — $\{x|x^2+x-6=0\}$
  - 区间法 — $[2,+\infty)$
  - 图示法
- 规律
  - $A\subseteq A$
  - $A\subsetneqq B\Rightarrow A\subseteq B$
  - $\varnothing\subsetneqq A\Rightarrow A\neq\varnothing$
  - $A\subsetneqq B,B\subsetneqq C\Rightarrow A\subsetneqq C$
  - 子集个数2^n
  - 真子集个数2^n-1
  - 非空子集个数2^n-1
  - 非空真子集个数2^n-2
  - a与$\{a\}$，$\{0\}$与$\varnothing$，$(a\ \ b)$与$\{(a\ \ b)\}$是不同的

函数(一)

- 性质
  - 周期性
    - 定义 — $f(x+T)=f(x)$（T 是常数, $T\neq 0$）
    - 最小正周期 — 周期中最小的正数
  - 单调性
    - 递增 — 定义

      任取 $x_1<x_2$，有 $f(x_1)<f(x_2)$
    - 递减 — 定义

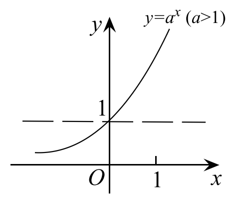
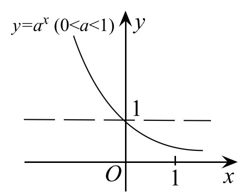
      任取 $x_1<x_2$，有 $f(x_1)>f(x_2)$
    - 判定方法
      - 图象法
      - 定义法
        - ①在定义域内任取 x_1, x_2，满足 $x_1<x_2$
        - ②做差变形：$f(x_1)-f(x_2)$
        - ③定号：$f(x_1)-f(x_2)$ 与 0 比较
        - ④判断单调性
    - 应用
      - 比较大小
      - 解不等式
      - 求解参数范围
      - 分段函数已知单调性求参数范围
      - 复合函数单调区间求解
    - 求最值 — $f(x)\geq a \Leftrightarrow f_{min}(x)\geq a$ 或 $f(x)\leq a \Leftrightarrow f_{max}(x)\leq a$
      - 二次函数最值
      - 换元法
      - 分离常数、对勾函数
  - 奇偶性
    - 定义
      - 奇函数 — 对于函数 $f(x)$ 定义域内任意一个 x，都有 $f(-x)=-f(x)$
      - 偶函数 — 对于函数 $f(x)$ 定义域内任意一个 x，都有 $f(x)=f(-x)$
    - 性质
      - 相加减时，同偶则偶，同奇则奇
      - 相乘除时，同偶异奇
      - 相复合时，遇偶则偶
    - 判定方法
      - 定义法
      - 图象法
      - 性质法
- 定义 — A、B 非空数集按对应法则 f，对任意 $x\in A$ 有唯一 $y\in B$ 与之对应
- 三要素
  - 定义域
    - 定义 — 自变量取值范围
    - 求解
      - $f(x)=\frac{1}{x}(x\neq 0)$
      - $f(x)=\sqrt{x}(x\geq 0)$
      - $f(x)=x^a(x\neq 0)$
      - $f(x)=a^x(a>0, a\neq 1)(x\in \mathbf{R})$
      - $f(x)=\log_a x\ (a>0, a\neq 1)(x>0)$
  - 值域
    - 定义 — 函数值的集合
    - 求解
      - 二次
      - 根式
      - 分式
      - 对勾函数
  - 对应法则 — f
- 表示方法
  - 解析法
    - 待定系数法
    - 配凑法
    - 换元法
    - 方程组法
    - 复合函数
    - 利用奇偶性求对称部分解析式
  - 图象法
    - 描点法
    - 变换法
      - 伸缩
      - 平移
      - 对称
  - 列表法
- 分段与复合
  - 分段函数
    - 定义 — x 取值不同，f 不同
    - 理解
      - 一个函数
      - 图象由几部分组成
      - 各定义域交集为空集
  - 复合函数 — 定义
    - $y=f(u), u=g(x)\to y=f(g(x))$
    - $g(x)$ 值域与 $f(u)$ 定义域交集非空

函数(二)

指数函数

定义
一般地,形如 $y=a^x(a>0且a\neq1)$ 的函数,叫做指数函数

图象与性质

$y=a^x$	$a>1$	$0<a<1$
图象		
性质	(1)定义域:**R**	(1)定义域:**R**
	(2)值域:$(0,+\infty)$	(2)值域:$(0,+\infty)$
	(3)过定点$(0,1)$	(3)过定点$(0,1)$
	(4)当$x>0$时,$y>1$;当$x<0$时,$0<y<1$.	(4)当$x>0$时,$0<y<1$;当$x<0$时,$y>1$.
	(5)在**R**上是增函数	(5)在**R**上是减函数

- $y=a^x$ 与 $y=\left(\frac{1}{a}\right)^x$ $(a>0且a\neq1)$:图象关于y轴对称
- 底数a对$y=a^x(a>0且a\neq1)$图象的影响
  - $0<a<1$时,a越小图象越靠近y轴
  - $a>1$时,a越大图象越靠近y轴

指数函数单调性
- 指数函数 $f(x)=a^x(a>0且a\neq1)$
  - $a>1$时,$f(x)$在**R**上单调递增
  - $0<a<1$时,$f(x)$在**R**上单调递减
- 复合型指数函数单调性 — 同增异减(先求定义域,再解单调区间)

指数型函数奇偶性
- $f(x)=a^x+a^{-x}$或写作$f(x)=a^x+\frac{1}{a^x}$为偶函数
- $f(x)=a^x-a^{-x}$或写作$f(x)=a^x-\frac{1}{a^x}$为奇函数
- $f(x)=\frac{a^{mx}-1}{a^{mx}+1}$和$f(x)=\frac{a^{mx}+1}{a^{mx}-1}$均为奇函数

指数运算

根式
- **a的n次方根的概念** — 如果存在实数x,使得$x^n=a(a\in\mathbf{R},n>1,n\in\mathbf{N}_+)$,那么$x$叫做$a$的$n$次方根
- **a的n次方根的表示**
  - 当n是奇数时,a的n次方根表示为$\sqrt[n]{a}$,a的取值范围是$(-\infty,+\infty)$
  - 当n是偶数时,a的n次方根表示为$\pm\sqrt[n]{a}$,其中$-\sqrt[n]{a}$表示a的负的n次根式,a的取值范围是$[0,+\infty)$
- **根式的概念** — 当$\sqrt[n]{a}$有意义时,$\sqrt[n]{a}$叫做n次根式,n叫做根指数,a叫做被开方数.
- **根式的性质** — 当n为奇数时,$\sqrt[n]{a^n}=a$;当n为偶数时,$\sqrt[n]{a^n}=|a|=\begin{cases}a, & a\geq0\\-a, & a<0\end{cases}$

分数指数幂
- 正分数指数幂:$a^{\frac{1}{n}}=\sqrt[n]{a}$;$a^{\frac{m}{n}}=\left(\sqrt[n]{a}\right)^m=\sqrt[n]{a^m}$ $(m,n\in\mathbf{N}_+,m,n互质)$
- 负分数指数幂:$a^{-\frac{m}{n}}=\frac{1}{a^{\frac{m}{n}}}$ $(m,n\in\mathbf{N}_+,m,n互质)$
- 有理数指数幂的运算法则$(a>0,b>0,r,s\in\mathbf{Q})$
  - $a^ra^s=a^{r+s}$
  - $(a^s)^r=a^{rs}=(a^r)^s$
  - $(ab)^r=a^rb^r$

指数函数相关题型

指数型复合函数定义域和值域
- 定义域
  - $y=a^{f(x)}$,求$f(x)$定义域
  - $y=f(a^x)$,解含有a^x的不等式
- 值域 — 中间变量法,由定义域计算值域

定点问题
指数函数的图象恒过定点$(0,1)$,即$a^0=1$

图象问题
利用函数的性质判断
(如定义域、特殊点、奇偶性、单调性、周期性、值域、函数方程解的个数等)

单调性应用
- 比较大小
  - 底同,指不同 — 单调性法
  - 指同,底不同 — 图象法
  - 指不同,底不同 — 中间变量法
- 解不等式
  - 形如$a^{f(x)}>b$,$a^{f(x)}<b$的形式常用"化同底"转化,再利用指数函数单调性解决
  - 形如$a^{2x}+Ba^x+C\geq0(\leq0)$的形式,可借助换元法转化二次不等式求解
- 求最值 — 函数$f(x)=a^x(a>0且a\neq1)$不论$0<a<1$还是$a>1$都是单调的,故最大值和最小值在端点处取得
- 求参数 — 分析函数单调性质,数形结合辅助,分类讨论

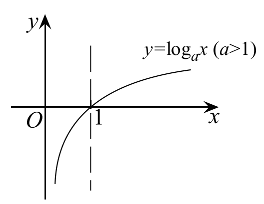
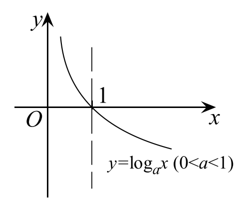
函数(三)

对数函数

对数函数定义

- 一般地，形如$y=\log_a x(a>0且a\neq1)$的函数，叫做对数函数

图象与性质

$y=\log_a x$	$a>1$	$0<a<1$
图象		
性质	(1) 定义域：$(0,+\infty)$	(1) 定义域：$(0,+\infty)$
	(2) 值域：$\mathbf{R}$	(2) 值域：$\mathbf{R}$
	(3) 过定点$(1,0)$	(3) 过定点$(1,0)$
	(4) 当$x>1$时，$y>0$；当$0<x<1$时，$y<0$.	(4) 当$x>1$时，$y<0$；当$0<x<1$时，$y>0$.
	(5) 在$(0,+\infty)$上是增函数	(5) 在$(0,+\infty)$上是减函数

- $y=\log_a x(a>0且a\neq1)$与$y=\log_{\frac{1}{a}} x(a>0且a\neq1)$：图象关于$x$轴对称
- 底数a对$y=\log_a x(a>0且a\neq1)$图象的影响
  - $0<a<1$时，a越小图象越靠近x轴
  - $a>1$时，a越大图象越靠近x轴

对数函数单调性

- 对数函数$y=\log_a x(a>0且a\neq1)$
  - $a>1$时，$f(x)$在$(0,+\infty)$上单调递增
  - $0<a<1$时，$f(x)$在$(0,+\infty)$上单调递减
- 复合型对数函数单调性 — 同增异减(先求定义域，再解单调区间)

对数型函数奇偶性

- $f(x)=\log_a\left(a^{bx}+1\right)-\frac{b}{2}x$ 为偶函数
- $f(x)=\log_a\left(\sqrt{b^2x^2+1}+bx\right)$为奇函数
- $f(x)=\log_a\frac{x-1}{x+1}$ 和 $f(x)=\log_a\frac{1-x}{1+x}$ 均为奇函数

对数的基本概念

- 定义 — 如果$a^b=N(a>0，且a\neq1)$，那么我们把b叫做以a为底N的对数，记作$b=\log_a N$，其中a叫做对数的底数，N叫做真数.
- 性质
  - 零和负数没有对数，即$N>0$
  - 1的对数为零，即$\log_a 1=0$
  - 底的对数等于1，即$\log_a a=1$
- 常用对数 — 以10为底的对数$\log_{10}N$叫做常用对数，简记为$\lg N$
- 自然对数 — 以e为底的对数称为自然对数，简记为$\ln N$ $(e=2.71828\cdots$是无理数$)$
- 对数恒等式 — $a^{\log_a N}=N$

对数运算

- 对数的运算性质
  - $\log_a(M\cdot N)=\log_a M+\log_a N\left(M,N\in\mathbf{R}^+\right)$
  - $\log_a\frac{M}{N}=\log_a M-\log_a N\left(M,N\in\mathbf{R}^+\right)$
  - $\log_a M^n=n\log_a M\left(M\in\mathbf{R}^+\right)$
- 换底公式 — $\log_a b=\frac{\log_c b}{\log_c a}(a>0且a\neq1,b>0,c>0且c\neq1)$ — 推论
  - $\log_a b=\frac{1}{\log_b a}(a,b>0且a\neq1,b\neq1)$；
  - $\log_{a^m} b^n=\frac{n}{m}\log_a b\left(a,b>0,m\neq0,a\neq1,n\in\mathbf{R}\right)$

对数函数相关题型

- 对数型复合函数定义域和值域
  - 定义域
    - $y=\log_a f(x)$，求$f(x)>0$的解集
    - $y=f(\log_a x)$，解含有$\log_a x$的不等式
  - 值域 — 中间变量法，由定义域计算值域
- 定点问题 — 指数函数的图象恒过定点$(1,0)$，即$\log_a 1=0$
- 图象问题 — 利用函数的性质判断(如定义域、特殊点、奇偶性、单调性、周期性、值域、函数方程解的个数等)
- 单调性应用
  - 比较大小
    - 底同，真不同 — 单调性法
    - 真同，底不同 — 图象法
    - 底不同，真不同 — 中间变量法
  - 解不等式 — 形如$\log_a f(x)>b$，$\log_a f(x)<b$的形式常用“化同底”转化，再利用对数函数单调性解决
  - 求最值 — 函数$y=\log_a x(a>0且a\neq1)$，不论$0<a<1$还是$a>1$都是单调的，故最大值和最小值在端点处取得
  - 求参数 — 分析函数单调性质，数形结合辅助，分类讨论

函数(四)

- 函数与方程
  - 零点
    - 定义 — 使 $f(x)=0$ 的 x 的值
    - 意义 — $y=f(x)$ 的零点 $\Leftrightarrow$ $f(x)=0$ 的根 $\Leftrightarrow$ $f(x)$ 图象与 x 轴交点横坐标
    - 零点存在性定理 — 若 $y=f(x)$ 在区间 $[a,b]$ 上图象连续，且 $f(a)\cdot f(b)<0$，则函数 $y=f(x)$ 在 (a,b) 内有零点
    - 一般性质 — 若函数 $y=f(x)$ 图象连续，当函数图象通过零点且穿过 x 轴时，函数变号，且相邻零点间函数值同号
    - 求法
      - 代数 — 求方程 $f(x)=0$ 的实数根
      - 几何 — $y=f(x)$ 与 x 轴交点横坐标
- 幂函数
  - 定义 — 一般地，形如 $y=x^{\alpha}(\alpha\in\mathbf{R})$ 的函数，叫做幂函数，其中 x 是自变量，α 是常数
  - 性质
    - 奇偶性(看 α)
      - 整数
        - 奇数 — 奇函数
        - 偶数 — 偶函数
      - 分数
        - 分母奇
          - 分子奇，奇函数
          - 分子偶，偶函数
        - 分母偶 — 非奇非偶
    - 单调性(第一象限)
      - $\alpha>0$，单调递增
        - $\alpha>1$，向下凸
        - $0<\alpha<1$，向上凸
      - $\alpha<0$，单调递减
        - 向下凸
        - 向上无限接近 y 轴，向右无限接近 x 轴
        - 过 $(1,1)$ 点后，$|\alpha|$ 越大，图象下落越快

空间几何体

多面体

欧拉公式
- 顶点数 + 面数 - 棱数=2

正多面体
- 分类
  - 共五类

正多面体	顶点数	面数	棱数
正四面体	4	4	6
正六面体	8	6	12
正八面体	6	8	12
正十二面体	20	12	30
正二十面体	12	20	30

- 性质
  - 所有棱、二面角相等
  - 中心到面距离相等
  - 经各面中心且垂直于所在平面的直线相交于一点

棱柱
- 定义：有两个面互相平行，其余各面都是四边形，并且每相邻两个四边形的公共边都互相平行，有这些面所围成的的多面体叫做棱柱
- 结构特征
  - 两底面平行且全等
  - 侧棱平行且相等
  - 侧面是平行四边形
  - 过不相邻侧棱的截面是平行四边形
- 分类
  - 按底面边数：底面是几边形就叫几棱柱
  - 侧棱是否垂直底面
    - 否：斜棱柱
    - 是：直棱柱 — 正棱柱（底面是正多边形的直棱柱）
- 关系：【正方体】⊊【正四棱体】⊊【长方体】⊊【直平行六面体】⊊【四棱柱】
  - 四棱柱 $\xrightarrow[\text{平行四边形}]{\text{底边是}}$ 平行六面体 $\xrightarrow[\text{于底面}]{\text{侧棱垂直}}$ 直平行六面体 $\xrightarrow[\text{矩形}]{\text{底面是}}$ 长方体 $\xrightarrow[\text{正方形}]{\text{底面是}}$ 正四棱体 $\xrightarrow[\text{一样}]{\text{棱长都}}$ 正方体

棱锥
- 定义：有一个面是多边形，其余各面都是有一个公共顶点的三角形的几何体
- 结构特征
  - 底面是多边形
  - 侧面都是三角形
  - 侧面有一个公共顶点
- 分类
  - 按底面边数：底面是几边形就叫几棱锥
  - 正棱锥：顶点在底面的投影与底面中心重合

棱台
- 定义：用一个平行于棱锥底面的平面去截棱锥，底面与截面之间的部分叫棱台
- 结构特征
  - 上、下底面互相平行，且是相似图形
  - 各侧棱的延长线交于一点
  - 各侧面为梯形
- 分类
  - 按底面边数：由几棱锥截得的就叫几棱台
  - 正棱台：有正棱锥截得的棱台叫做正棱台

旋转体
由一个平面图形绕它所在平面内的一条定直线旋转所形成的的封闭几何体叫做旋转体

圆柱
- 定义：以矩形的一边所在直线为旋转轴，其余三边旋转形成的面所围成的旋转体叫做圆柱
- 结构特征
  - 底面互相平行且为大小相同的圆面
  - 圆柱任意两条母线互相平行且相等
  - 平行于底面的截面是与底面大小相同的圆面，过轴截面(轴截面)是全等的矩形

圆锥
- 定义：以直角三角形的一条直角边所在直线为旋转轴，其余两边旋转形成的面所围成的旋转体叫做圆锥
- 结构特征
  - 底面是圆面
  - 有无数条母线，长度相等且交于顶点
  - 平行于底面的截面是与底面大小不同的圆面，过轴截面是全等的等腰三角形

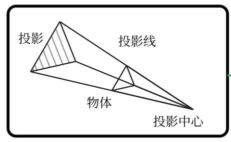
圆台
- 定义：用平行于圆锥底面的平面去截圆锥，底面与截面之间的部分叫做圆台
- 结构特征
  - 圆台底面为互相平行且不相等的圆面
  - 有无数条母线，等长且延长线交于一点
  - 平行于底面的截面是与两底面大小都不相等的圆面，轴截面是全等的等腰梯形

球
- 定义：以半圆的直径所在直线为旋转轴，半圆面旋转一周所形成的旋转体叫做球体，简称球
- 结构特征
  - 球面是一个曲面，球面无法在一个平面内展开
  - 球面也可看成与定点(球心)的距离等于等长(半径)的所有点的集合(轨迹)
  - 过球心的截面叫做球的大圆，不过球心的截面叫做球的小圆

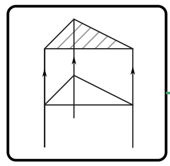
空间几何体的三视图、直观图、表面积和体积

三视图、直观图

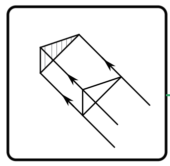
- 投影
  - 中心投影 — 光源距物近则影大，投影线交于一点



  - 平行投影
    - 正投影 — 投影方向垂直平面



    - 斜投影 — 投影方向不垂直平面



- 三视图
  - 定义
    - 正视图 — 前到后
    - 侧(左)视图 — 左到右
    - 俯视图 — 上到下
  - 画法规则
    - 长对正，高平齐，宽相等
    - 不能看见的轮廓线和棱用虚线表示，能看见的轮廓线和棱用实线表示
  - 还原方法和技巧
    - 常见图形 — 三视图中有两个三角形为锥体，有两个矩形为柱体，有两个梯形为台体，有圆弧则为旋转体，无圆弧为多面体
    - 排点连线法
    - 提点连线法
- 直观图
  - 定义 — 一个空间图形在投影面上的平行投影(平面图形)可以形象地表示这个空间图形
  - 斜二测画法 — 平行x、z轴，长不变，平行y轴，长变半，平行性不变

斜二测画法得到的平面图形的面积为原平面图形面积的$\frac{\sqrt{2}}{4}$倍

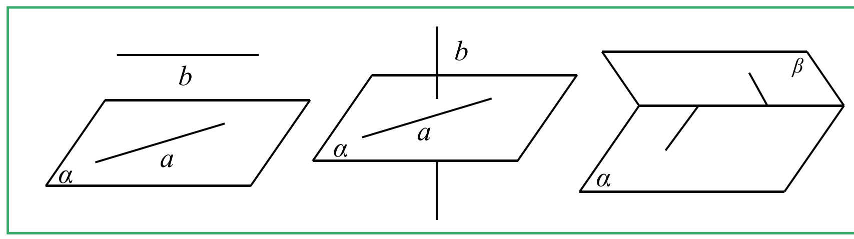
表面积和体积

- 方法
  - 公式法 — 直接代入公式求解
  - 等积法 — 四面体的任何一个面都可以作为底面，只需选用底面积和高都易求出的形式即可
  - 补体法 — 将几何体补成易求解的几何体，如棱锥补成棱柱，三棱柱补成四棱柱等
  - 分割法 — 将几何体分割成易求解的几部分，分别求体积
- 公式

名称		侧面积	全面积	体积	备注
棱柱	棱柱	直截面周长*l	$S_{侧}+2S_{底}$	$S_{底}\bullet h=S_{直截面}\bullet l$	l：侧棱长 c：底面周长 h：高
	直棱柱	ch		$S_{底}\bullet h$	
棱锥	棱锥	各侧面面积之和	$S_{侧}+S_{底}$	$\frac{1}{3}S_{底}\bullet h$	c：底面周长 h_1：斜高 h：高
	正棱锥	$\frac{1}{2}ch_1$			
棱台	棱台	各侧面面积之和	$S_{侧}+S_{上底}+S_{下底}$	$\frac{1}{3}h\left(S_{上底}+S_{下底}+\sqrt{S_{上底}\bullet S_{下底}}\right)$	c：上底周长 c_1：下底周长 h_1：斜高
	正棱台	$\frac{1}{2}(c+c_1)h_1$			
圆柱		$2\pi rh$	$2\pi r(r+h)$	πr^2h	r:底面半径 l:母线长 h:高 r_1：上底半径 r_2：下底半径
圆锥		πrl	$\pi r(r+l)$	$\frac{1}{3}\pi r^2h$	
圆台		$\pi(r_1+r_2)l$	$\pi(r_1+r_2)l+\pi(r_1^2+r_2^2)$	$\frac{1}{3}\pi h(r_1^2+r_1r_2+r_2^2)$	
球		------	$\frac{4}{3}\pi R^3$	$4\pi R^2$	R：半径

空间中点、线、面的位置关系

- 面面
  - 平行 — 无公共点 — $\alpha /\!/ \beta$
  - 相交 — 有一条公共直线 — $\alpha \cap \beta = l$
- 线面
  - 在平面内 — 有无数个公共点 — $l \subset \alpha$
  - 相交 — 有且只有一个公共点 — $a \cap \alpha = A$
  - 平行 — 没有公共点 — $a /\!/ \alpha$
- 线线
  - 共面
    - 相交直线 — 有且只有一个公共点 — $a \cap b = P$
    - 平行直线 — 没有公共点 — $a /\!/ b$
  - 异面
    - 定义 — 不同在任何一个平面内的两条直线叫做异面直线
    - 画法

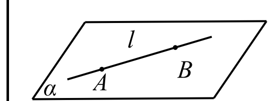
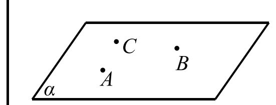
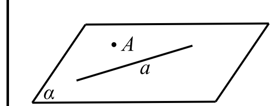
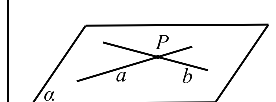
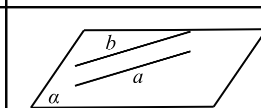
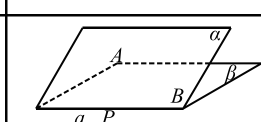


    - 异面直线所成角
      - 利用空间等角定理将异面直线平移到同一平面进行解决
      - 异面直线所成角的范围为 $0^\circ < \alpha \leq 90^\circ$
    - 判定方法
      - 定义法 — 不同在任何一个平面内的两条直线叫做异面直线
      - 定理法 — 过平面外一点与平面内一点的直线，和平面内不经过该点的直线是异面直线
      - 反证法

位置关系的符号表示

位置关系	符号表示	位置关系	符号表示
点 P 在直线 a 上	$P \in a$	点 Q 不在直线 a 上	$Q \notin a$
点 P 在平面 α 内	$P \in \alpha$	点 Q 不在平面 α 内	$Q \notin \alpha$
直线 a 在平面 α 内	$a \subset \alpha$	直线 l 不在平面 α 内	$l \not\subset \alpha$
直线 a，b 交于点 P	$a \cap b = P$	平面 α，β 交于直线 l	$\alpha \cap \beta = l$

三公理三推论

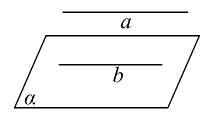
名称		自然语言	图形语言	符号语言	作用
公理 1		如果一条直线上的两点在一个平面内，那么这条直线在此平面内		$\left.\begin{matrix} A \in l \\ B \in l \\ A \in \alpha \\ B \in \alpha \end{matrix}\right\} \Rightarrow l \subset \alpha$	①判断直线是否在面内，点是否在面内 ②用直线检验平面
公理 2		过不在一条直线上的三点，有且只有一个平面		A、B、$C \in \alpha$，A、B、C 三点不共线 $\Rightarrow$ 存在唯一的平面 α 使 $A, B, C \in \alpha$	①确定一个平面 ②判断两个平面重合 ③证明点、线共面
公理 2 的推论	推论 1	过一条直线和直线外一点，有且只有一个平面		$A \notin a$ 则 A 和 a 确定一个平面 α	
	推论 2	过两条相交直线，有且只有一个平面		$a \cap b = P \Rightarrow$ 则 a 和 b 确定一个平面 α	
	推论 3	过两条平行直线，有且只有一个平面		$a /\!/ b \Rightarrow$ 则 a 和 b 确定一个平面 α	
公理 3		如果两个不重合的平面有一个公共点，那么他们有且只有一条过该点的公共直线		$\alpha \cap \beta = P \Rightarrow \alpha \cap \beta = a$，且 $P \in a$	①判断两个平面相交 ②证明点共线，线共点

立体几何中线与线，线与面的平行和垂直关系

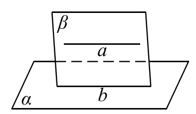
线面

平行

- 定义 — 直线和平面没有公共点, 则称该直线与此平面相互平行
- 判定定理
  - 文字表述 — 平面外一条直线与平面内一条直线平行, 该直线与此平面平行
  - 图形语言 —



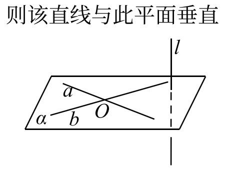
  - 符号语言 — $a \not\subset \alpha, b \subset \alpha, a // b \Rightarrow a // \alpha$
- 性质定理
  - 文字表述 — 一条直线和一个平面平行, 如果过该直线的平面与此平面相交, 那么该直线与交线平行
  - 图形语言 —



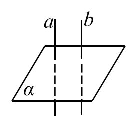
  - 符号语言 — $a // \alpha, a \subset \beta, \alpha \cap \beta = b \Rightarrow a // b$

垂直

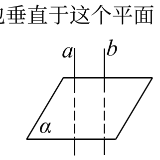
- 定义 — 一条直线垂直于平面内所有直线, 则该直线与此平面相互垂直
- 判定定理
  - 文字表述 — 一条直线与一个平面内两条相交直线都垂直, 则该直线与此平面垂直
  - 图形语言 —



  - 符号语言 — $l \perp a, l \perp b, a \subset \alpha, b \subset \alpha, a \cap b = O \Rightarrow l \perp \alpha$
- 性质定理
  - 文字表述 — 垂直于同一平面的两条直线平行
  - 图形语言 —



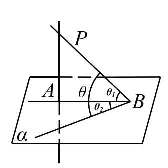
  - 符号语言 — $a \perp \alpha, b \perp \alpha \Rightarrow a // b$
- 性质
  - 文字表述 — 如果两条平行直线中的一条垂直于一个平面, 那么另外一条也垂直于这个平面
  - 图形语言 —



  - 符号语言 — $a // b, a \perp \alpha \Rightarrow b \perp \alpha$
- 推论一 — 过一点有且仅有一条直线垂直于已知平面
- 推论二 — 过一点有且仅有一个平面垂直于已知直线

所成角

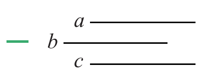
- 概念 — 斜线与它在平面内的射影所成的角
- 范围 — $0^{\circ} \leq \alpha \leq 90^{\circ}$
  - 直线与平面垂直时, 直线与平面所成的角为90度
  - 直线在平面内或者直线与平面平行时, 直线与平面所成角为0度
- 最小角定理
  - 公式 — $\cos\theta = \cos\theta_1 \cos\theta_2$
  - 图形语言 —



线线

平行公理

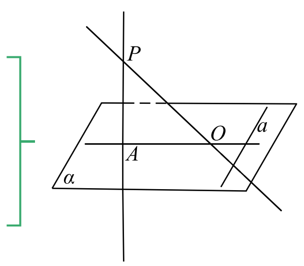
- 文字表述 — 空间中平行于同一直线的两条直线互相平行
- 图形语言 —



- 符号语言 — $b // a, c // a \Rightarrow b // c$

垂直

- 三垂线定理 — $\left.\begin{array}{r} a \subset \alpha \\ PO\text{为}\alpha\text{的斜线} \\ AO\text{为}PO\text{在}\alpha\text{内的射影} \\ a \perp OP \end{array}\right\} \Rightarrow a \perp OA$
- 三垂线逆定理 — $\left.\begin{array}{r} a \subset \alpha \\ PO\text{为}\alpha\text{的斜线} \\ AO\text{为}PO\text{在}\alpha\text{内的射影} \\ a \perp OA \end{array}\right\} \Rightarrow a \perp OP$

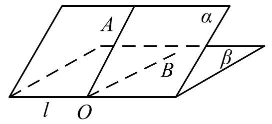


异面直线所成的角

- 方法 — 平移到共起点, 转化相交直线所成的角
- 范围 — $0^{\circ} < \alpha \leq 90^{\circ}$

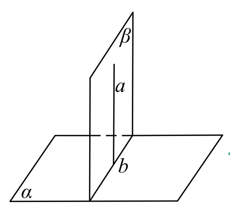
立体几何中面与面的平行和垂直关系

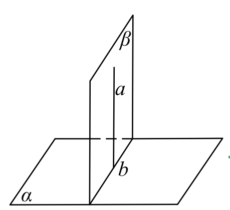
二面角

- 二面角平面角定义
  - 图示
    

  - 符号语言：半平面$\alpha\cap$半平面$\beta=l$，$O\in l$，$OA\subset\alpha$，$OB\subset\beta$，$OA\perp l$，$OB\perp l$
    则$\angle AOB$即为二面角的平面角
- 范围：$0°\leq\angle AOB\leq180°$

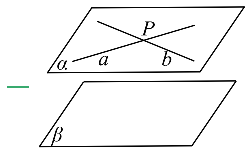
垂直

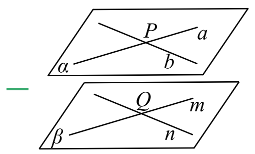
- 定义：一般地，两个平面相交，如果他们所成的二面角是直二面角，就说明这两个平面互相垂直
- 判定定理
  - 文字表述：一个平面内的一条垂线垂直于另一个平面，则这两个平面互相垂直
  - 图形语言
    

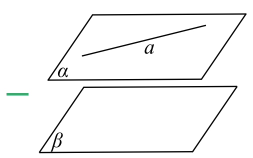
  - 符号语言：$a\perp\alpha$，$a\subset\beta\Rightarrow\beta\perp\alpha$
- 性质定理
  - 文字表述：两个平面垂直，则一个平面内垂直于交线的直线垂直于另一个平面
  - 图形语言
    

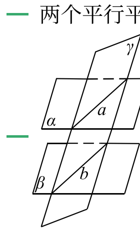
  - 符号语言：$\beta\perp\alpha$，$\beta\cap\alpha=b$，$a\subset\beta$，$a\perp b\Rightarrow a\perp\alpha$

平行

- 定义：两个平面没有公共点，则称这两个平面相互平行
- 判定定理
  - 文字表述：一个平面内两条相交直线分别平行于另一个平面，则这两个平面相互平行
  - 图形语言
    

  - 符号语言：$a\subset\alpha$，$b\subset\alpha$，$a\cap b=P$，$a/\!/\beta$，$b/\!/\beta\Rightarrow\alpha/\!/\beta$
- 判定定理的推论
  - 文字表述：一个平面内两条相交直线分别平行于另一个平面内两条相交直线，则这两个平面相互平行
  - 图形语言
    

  - 符号语言：$a\subset\alpha$，$b\subset\alpha$，$a\cap b=P$，$m\subset\beta$，$n\subset\beta$，$m\cap n=Q$，$a/\!/m$，$b/\!/n$，$a\not\subset\beta$，$b\not\subset\beta\Rightarrow\alpha/\!/\beta$
- 性质
  - 文字表述：两个平面相互平行，则其中一个平面内任意一条直线平行于另一个平面
  - 图形语言
    

  - 符号语言：$\alpha/\!/\beta$，$a\subset\alpha\Rightarrow a/\!/\beta$
- 性质定理
  - 文字表述：两个平行平面，分别和第三个平面相交，则交线相互平行
  - 图形语言
    

  - 符号语言：$\alpha/\!/\beta$，$\gamma\cap\alpha=a$，$\gamma\cap\beta=b\Rightarrow a/\!/b$

直线方程

基础概念

- 倾斜角
  - 定义 — 直线向上方向与 x 轴正半轴所成的夹角
  - 范围 — $0^\circ \le \alpha < 180^\circ$
  - 若直线 l 与 x 轴平行或重合，则规定其倾斜角为 0°
- 斜率
  - 含义 — 斜率 $k=\tan\alpha\left(\alpha\ne 90^\circ\right)$
  - 求法
    - ① 过 $P_1(x_1,y_1)$，$P_2(x_2,y_2)$ 的直线斜率 $k_{P_1P_2}=\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}\left(x_1\ne x_2\right)$
    - ② 已知直线倾斜角为 α，则 $k=\tan\alpha$
  - 理解 — 反映直线的倾斜程度
- α 与 k 关系
  - $k=0$ — $\alpha=0^\circ$
  - $k>0$，且 α 越大，k 越大 — $0^\circ<\alpha<90^\circ$
  - k 不存在 — $\alpha=90^\circ$
  - $k<0$，且 α 越大，k 越大 — $90^\circ<\alpha<180^\circ$
- 三点共线证明
  - 方法一 — $k_{AB}=k_{BC}$（若 k 存在时）
  - 方法二 — 写出 AC 的方程，验证 B 是否符合
- 特殊方程
  - 与 x 轴重合 — $y=0$
  - 与 y 轴重合 — $x=0$
  - 平行于 x 轴 — $(b\ne 0)$ $y=b$
  - 平行于 y 轴 — $(a\ne 0)$ $x=a$
  - 过原点 — $y=kx$ 或 $x=0$

两直线位置关系

关系 \ 直线	$l_1: y=k_1x+b_1$ $l_2: y=k_2x+b_2$	$l_1: A_1x+B_1y+C_1=0$ $l_2: A_2x+B_2y+C_2=0$	$\begin{cases}A_1x+B_1y+C_1=0\\A_2x+B_2y+C_2=0\end{cases}$
平行	$k_1=k_2$ 且 $b_1\ne b_2$	$A_1B_2=A_2B_1$ 且 $A_1C_2\ne A_2C_1$	无解
垂直	$k_1k_2=-1$	$A_1A_2+B_1B_2=0$	一解
相交	$k_1\ne k_2$	$A_1B_2-A_2B_1\ne 0$	一解
重合	$k_1=k_2$ 且 $b_1=b_2$	$A_1B_2=A_2B_1$ 且 $A_1C_2=A_2C_1$	无数解

距离公式

- 两点间距离 — $P_1P_2=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$
- 点到直线距离 — $d_1=\dfrac{|Ax_0+By_0+C|}{\sqrt{A^2+B^2}}$
- 两平行线间距离 — $d_2=\dfrac{|C_2-C_1|}{\sqrt{A^2+B^2}}$

直线系

- 共点 — 过 $\begin{cases}l_1: A_1x+B_1y+C_1=0\\l_2: A_2x+B_2y+C_2=0\end{cases}$ 交点 — $A_1x+B_1y+C_1+\lambda\left(A_2x+B_2y+C_2\right)=0$（不含直线 l_2）
- 平行
  - 与 $y=kx+b$ 平行 — $y=kx+m\left(m\ne b\right)$
  - 与 $Ax+By+C=0$ 平行 — $Ax+By+D=0\left(C\ne D\right)$
- 垂直
  - 与 $y=kx+b$ 垂直 — $y=-\dfrac{1}{k}x+m\left(k\ne 0\text{时}\right)$
  - 与 $Ax+By+C=0$ 垂直 — $Bx-Ay+D=0$
- 过定点 (x_0,y_0) — $y-y_0=k\left(x-x_0\right)$ 及 $x=x_0$

表达式

名称	方程	几何条件	局限性
点斜式	$y-y_0=k\left(x-x_0\right)$	过点 (x_0,y_0)，斜率为 k	不含垂直于 x 轴的直线
斜截式	$y=kx+b$	斜率为 k，纵截距为 b	不含垂直于 x 轴的直线
两点式	$\dfrac{y-y_1}{y_2-y_1}=\dfrac{x-x_1}{x_2-x_1}$	过两点 (x_1,y_1)，(x_2,y_2) 其中 $x_1\ne x_2$ 且 $y_1\ne y_2$	不含垂直于坐标轴的直线
截距式	$\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}=1$	在 x 轴、y 轴上的截距分别为 a，$b\left(a,b\ne 0\right)$	不包括垂直于坐标轴的直线和过原点的直线
一般式	$Ax+By+C=0$ $\left(A,B\text{不全为}0\right)$	全部	无

对称问题

求对称点

- 关于点
  - 点 $P(x,y)$ 关于点 $M(x_0,y_0)$ 的对称点 P_1 — $P_1(2x_0-x,2y_0-y)$
  - 点 $P(x,y)$ 关于原点的对称点 P_2 — $P_2(-x,-y)$
- 关于直线
  - 点 $P(x_0,y_0)$ 关于直线 $l: Ax+By+C=0$ 的对称点 $P'(x,y)$ — $\begin{cases} A\dfrac{x+x_0}{2}+B\dfrac{y+y_0}{2}+C=0 \\ \dfrac{y-y_0}{x-x_0}\cdot\left(-\dfrac{A}{B}\right)=-1\ (AB\neq 0\text{时}) \end{cases}$ — 连线中点在直线 l 上；$PP'\perp l$
  - 特殊位置对称

点	对称轴	对称点坐标
$P(a,b)$	$x+y+c=0$	$(-b-c,-a-c)$
	x 轴	$(a,-b)$
	y 轴	$(-a,b)$
	$y=x$	(b,a)
	$y=-x$	$(-b,-a)$
	$x=m\ (m\neq 0)$	$(2m-a,b)$
	$y=n\ (n\neq 0)$	$(a,2n-b)$

求对称直线

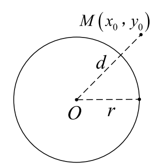
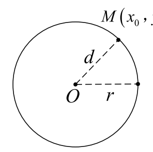
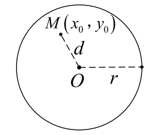
- 关于点
  - 直线 $l: Ax+By+C=0$ 关于点 $M(x_0,y_0)$ 的对称直线 l' — $l': A(2x_0-x)+B(2y_0-y)+C=0$
- 关于直线
  - 求法
    - 转化为点关于直线对称问题
    - 运用夹角公式
  - 特殊位置对称

原直线方程	对称点或对称轴	对称直线方程
$Ax+By+C=0$	原点	$-Ax-By+C=0$
	x 轴	$Ax-By+C=0$
	y 轴	$-Ax+By+C=0$
	$y=x$	$Ay+Bx+C=0$
	$y=-x$	$-Ay-Bx+C=0$
	$x=m\ (m\neq 0)$	$A(2m-x)+By+C=0$
	$y=n\ (n\neq 0)$	$Ax+B(2n-y)+C=0$

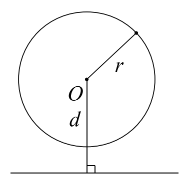
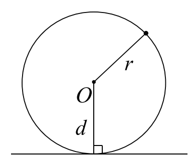
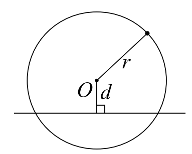
圆的方程

位置关系

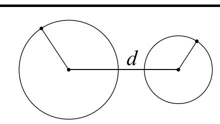
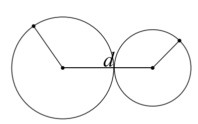
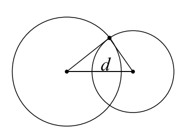
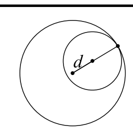
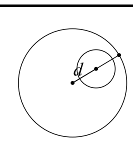
点与圆

$(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$	圆外	圆上	圆内
图形			
$d=\lvert OM\rvert$	$d=\lvert OM\rvert=\sqrt{(x_0-a)^2+(y_0-b)^2}$		
d 与 r	$d>r$	$d=r$	$d<r$
判别	$(x_0-a)^2+(y_0-b)^2>r^2$	$(x_0-a)^2+(y_0-b)^2=r^2$	$(x_0-a)^2+(y_0-b)^2<r^2$

直线与圆

关系	相离	相切	相交
图形			
公共点	无	1个	2个
Δ	$\Delta<0$	$\Delta=0$	$\Delta>0$
d与r	$d>r$	$d=r$	$d<r$
d	$d=\dfrac{\lvert Aa+Bb+C\rvert}{\sqrt{A^2+B^2}}$； 直线方程：$Ax+By+C=0$，圆方程：$(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$		

圆与圆

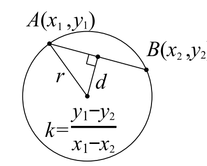
位置	关系式	图示	解个数	公切线
外离	$d>r_1+r_2$		0	4
外切	$d=r_1+r_2$		1	3
相交	$\lvert r_1-r_2\rvert<d<r_1+r_2$		2	2
内切	$d=\lvert r_1-r_2\rvert$		1	1
内离	$d<\lvert r_1-r_2\rvert$		0	0

方程

- 标准方程 — $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$
- 一般方程
  - 形式 — $x^2+y^2+Dx+Ey+F=0\left(D^2+E^2-4F>0\right)$
  - 圆心 — $\left(-\dfrac{D}{2}\ \ -\dfrac{E}{2}\right)$
  - 半径 — $r=\dfrac{\sqrt{D^2+E^2-4F}}{2}$
- 圆系方程
  - 圆心为 $(x_0，y_0)$ — $(x-x_0)^2+(y-y_0)^2=r^2(r>0)$
  - 过两圆交点 — $x^2+y^2+D_1x+E_1y+F_1+\lambda\left(x^2+y^2+D_2x+E_2y+F_2\right)=0$（不含$C_2$）
  - 过圆与直线交点 — $x^2+y^2+Dx+Ey+F+\lambda(Ax+By+C)=0$

计算

- 弦长
  - 几何 — $\lvert AB\rvert=2\sqrt{r^2-d^2}$
  - 代数 — $\lvert AB\rvert=\sqrt{\left(1+k^2\right)\left[\left(x_1+x_2\right)^2-4x_1x_2\right]}=\sqrt{\left(1+\dfrac{1}{k^2}\right)\left[\left(y_1+y_2\right)^2-4y_1y_2\right]}$

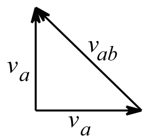


- 切线
  - 过圆上点 $(x_0，y_0)$
    - 圆：$x^2+y^2=r^2$，切线：$x_0x+y_0y=r^2$
    - 圆：$(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$，切线：$(x_0-a)(x-a)+(y_0-b)(y-b)=r^2$
    - 圆：$x^2+y^2+Dx+Ey+F=0$，切线：$x_0x+y_0y+\dfrac{D(x+x_0)}{2}+\dfrac{E(y+y_0)}{2}+F=0$
  - 过圆外点 $(x_0，y_0)$
    - ① 验证 $x=x_0$是否符合题意
    - ② 设切线为$y-y_0=k(x-x_0)$，利用圆心到直线距离等于半径求得k
  - 切点弦：过圆外一点$(x_0，y_0)$，作圆的切线，两切点所在直线方程
    - 圆：$x^2+y^2=r^2$，切点弦：$x_0x+y_0y=r^2$
    - 圆：$(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$，切点弦：$(x_0-a)(x-a)+(y_0-b)(y-b)=r^2$
    - 圆：$x^2+y^2+Dx+Ey+F=0$，切点弦：$x_0x+y_0y+\dfrac{D(x+x_0)}{2}+\dfrac{E(y+y_0)}{2}+F=0$
- 公共弦
  - $\odot O_1: x^2+y^2+D_1x+E_1y+F_1=0$ 和$\odot O_2: x^2+y^2+D_2x+E_2y+F_2=0$ — 两圆相减，得$(D_1-D_2)x+(E_1-E_2)y+F_1-F_2=0$（若两圆相切，则为两圆公切线）
  - 求弦长
    - 代数法 — 两圆联立，求解$\lvert AB\rvert=\sqrt{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2}$
    - 几何法 — $\lvert AB\rvert=2\sqrt{r^2-d^2}$

高一·物理篇

PHYSICS

运动的描述

- 相对运动
  - 相对速度
    - $v_{ab}=v_a-v_b$
    - 不在同一直线的计算方法
      - 矢量式
      

  - 相对加速度 — $a_{ab}=a_a-a_b$
- 加速度及其测量
  - 定义式 — $a=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{v-v_0}{t}$
  - a、v、Δv的关系
    - a、Δv同向
    - 此外无任何确定关系
  - 加速与减速的判断
    - a、v同向：加速运动
    - a、v异向：减速运动
  - 测量方法
    - 光电门测加速度
    - 频闪照相机测加速度
    - 打点计时器测加速度
- 速度及其测量
  - 定义式 — $v=\frac{\Delta x}{\Delta t}$
  - 平均速度 — $\bar{v}=\frac{\Delta x}{\Delta t}$
  - 瞬时速度 — $v=\frac{\Delta x}{\Delta t}\ (\Delta t\to 0)$
  - 测量方法
    - 打点计时器测速
    - 频闪照相测速
    - 光电门测速
    - 超声波测速
    - 红外+超声波测速
- 质点与参考系
  - 质点
    - 理想模型
    - 不存在
    - 条件：研究问题
  - 参考系
    - 同一性
    - 差异性
    - 一般性
    - 静止性：假定不动
- 基础物理量
  - 位移
    - 定义 — 初位置指向末位置的有向线段
    - 物理意义 — 描述物体位置变化的物理量
    - 大小 — 线段长度
    - 方向 — 初位置指向末位置
  - 速度
    - 定义 — 物体通过一段位移与这段位移所用时间的比值
    - 物理意义
      - 物体位置变化快慢
      - 单位时间内位移变化量
      - 位移变化率
    - 比值定义法 — 速度与位移和时间不成比例
  - 加速度
    - 定义 — 物体的速度变化量与发生这一变化所用时间的比值
    - 物理意义
      - 物体的速度变化快慢
      - 单位时间内速度变化量
      - 速度变化率
    - 比值定义法 — 加速度与速度变化量和时间不成比例
- 矢量与标量
  - 矢量 — 既有大小，又有方向 — 遵循平行四边形（三角形）定则
  - 标量 — 只有大小，没有方向 — 计算遵循算数法则
  - 注意
    - 电流、电压有方向但是标量
    - 温度、电荷量有正负但是标量

匀变速直线运动的基本规律

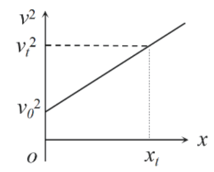
- **匀变速直线运动**
  - 定义 — 沿着一条直线，且加速度不变的运动
  - 特点
    - 轨迹是一条直线
    - 任意相等时间内速度变化量 Δv 相等，加速度恒定不变
  - 分类
    - 匀加速直线运动 — a和v同向，速度均匀增加
    - 匀减速直线运动 — a和v反向，速度均匀减少
  - $v-t$图像
    - 倾斜的直线
    - 斜率的绝对值等于物体加速度的大小，斜率的正负表示加速度的方向
    - 图线与纵轴的交点的纵坐标表示物体的初速度
- **三大基本公式**
  - 速度、时间
    - 公式 — $v=v_0+at$
    - 特殊公式
      - $a=0$，$v=v_0$（匀速直线运动）
      - $v_0=0$，$v=at$（由静止开始的匀加速直线运动）
  - 位移、时间
    - 公式 — $x=v_0t+\frac{1}{2}at^2$
    - 特殊公式
      - $a=0$，$x=v_0t$（匀速直线运动）
      - $v_0=0$，$x=\frac{1}{2}at^2$（由静止开始的匀加速直线运动）
  - 速度、位移
    - 公式 — $v^2-v_0^2=2ax$
    - 特殊公式
      - $v_0=0$，$v^2=2ax$
      - $v=0$，$-v_0^2=2ax$
  - 注意 — 均为矢量公式，规定好正方向，赋号代入
- **处理匀变速直线运动的基本思路**
  - ①画过程示意图
  - ②判断运动的性质 — 根据运动性质划分过程
  - ③选取正方向
    - 一般以初速度方向为正方向
    - 初速度为0，取加速度方向为正方向
  - ④选用公式列方程（组）
  - ⑤解方程（组）并讨论
- **题型分类**
  - 单物体多过程
    - 多段独立运动
      - 针对每个过程列出运动学方程
      - 联立方程组求解
    - 多段连续运动
      - 画过程分析图
      - 多运动过程的转折点速度的求解往往是解题的关键
  - 多物体多过程
    - 选择对应的研究过程
    - 列出各个物体的运动学方程
    - 补充辅助方程
    - 解方程组
  - 双向可逆
    - 对双向可逆运动，求解时可对全过程列式
    - 必须注意x、v、a等矢量的正负号及物理意义
  - 刹车陷阱
    - 计算停车时间（判断车是否停下）
    - 算待求速度和位移
    - 逆向思考可简化计算
  - 解题方法总结
    - 方程思想
    - 数形结合思想
    - 逆向思维
    - 分类讨论思想

匀变速直线运动推论

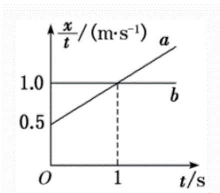
- 平均速度公式
  - 公式 — $\bar{v}=\frac{x}{t}=\frac{v+v_0}{2}$
  - 使用条件
    - 题目中给出位移与发生这段位移所用的时间
    - 题目中给出初末速度
    - 题目需要求解位移时
- 中间时刻速度公式
  - 公式 — $v_{\frac{t}{2}}=\frac{v+v_0}{2}$
  - 四式连等 — $\bar{v}=\frac{x}{t}=\frac{v+v_0}{2}=v_{\frac{t}{2}}$
  - 使用条件
    - 题目中给出位移与发生这段位移所用的时间
    - 题目中需求解位移
  - 中间位移公式
    - 公式 — $v_{\frac{x}{2}}=\sqrt{\frac{v^2+v_0^2}{2}}$
    - 大小比较 — $v_{\frac{t}{2}}\le v_{\frac{x}{2}}$
- 位移差公式
  - 公式 — $\Delta x=aT^2$
  - 使用条件 — 题目中出现连续相等时间，可与四式连等同时使用
  - 推论公式 — $x_n-x_m=(n-m)aT^2$
- 初速度为零的匀变速直线运动的比例式
  - 时间等分
    - 1T末、2T末、3T末...nT末的速度之比：$v_1:v_2:v_3:\cdots:v_n=1:2:3:\cdots:n$
    - 1T内、2T内、3T内......nT内的位移之比：$x_1:x_2:x_3:\cdots:x_n=1^2:2^2:3^2:\cdots:n^2$
    - 第1个T内、第2个T内、第3个T内......第n个T内的位移之比：$x_1:x_2:x_3:\cdots:x_n=1:3:5:\cdots:(2n-1)$
    - 相同速度变化量时位移之比（同时间）：$x_1:x_2:x_3:\cdots:x_n=1:3:5:\cdots:(2n-1)$
  - 位移等分
    - 1x处、2x处、3x处......nx处的速度之比：$v_1:v_2:v_3:\cdots:v_n=1:\sqrt{2}:\sqrt{3}:\cdots:\sqrt{n}$
    - 通过前 x、前 2x、前 3x...前 nx 的位移所用时间之比：$t_1:t_2:t_3:\cdots:t_n=1:\sqrt{2}:\sqrt{3}:\cdots:\sqrt{n}$
    - 通过连续相等的位移所用的时间之比：$t_1:t_2:t_3:\cdots:t_n=1:(\sqrt{2}-1):(\sqrt{3}-\sqrt{2}):\cdots:(\sqrt{n}-\sqrt{n-1})$
  - 使用条件
    - 初速度为零且连续相等时间或位移中求某时间段内位移或某段位移所用时间
    - 初速度为零但不满足连续相等时间，可以创造出相邻相等时间再应用结论

图像专题

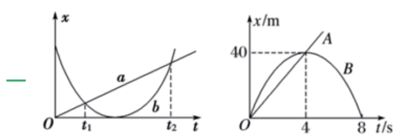
- 特殊图像
  - v^2-x 图像
    - 推导：$v^2-v_0^2=2ax \to v^2=v_0^2+2ax$
    - 结论
      - 纵截距：v_0^2
      - 斜率：$2a$



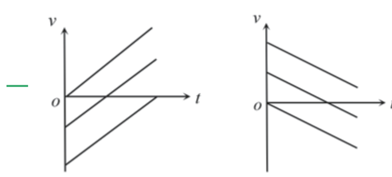
  - $\frac{x}{t}-t$ 图像
    - 推导：$x=v_0t+\frac{1}{2}at^2 \to \frac{x}{t}=v_0+\frac{1}{2}at$
    - 结论
      - 纵截距：v_0
      - 斜率：$\frac{a}{2}$



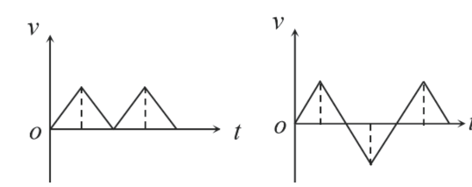
- 三大基本图像（只能描述直线运动）
  - 位移时间(x-t)图像
    - 点
      - 截距
        - 纵截距：初始时刻的位移
        - 横截距：出发时刻、位移为零的时刻
      - 交点 — 相遇
      - 拐点 — 速度改变
    - 线 — 斜率
      - 切线斜率：瞬时速度
      - 割线斜率：平均速度
    - 易错图形



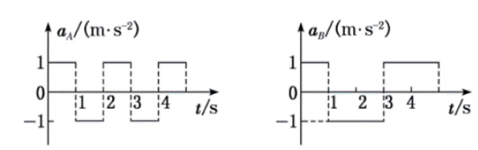
  - 速度时间(v-t)图像
    - 点
      - 截距
        - 纵截距：初速度
        - 横截距：速度为零的时刻
      - 交点 — 共速(非相遇)
      - 拐点 — 加速度改变(非运动方向)
    - 线 — 斜率：加速度
    - 面积
      - 位移：$S_上-S_下$
      - 路程：$S_上+S_下$
    - 易错图形



  - 加速度时间(a-t)图像
    - 点 — 物体位置变化快慢
    - 面积 — 单位时间内位移变化量
    - 解题思路 — 位移变化率
  - 三大图像之间的转化



$v-t \to x-t$

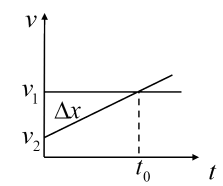


$a-t \to v-t$

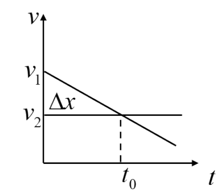
- 读图方法总结
  - 图像信息：点-线-面
  - 写关系式，参数对应
  - 微元思想

追及和相遇问题

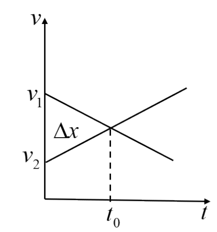
- **特征**
  - 同一位置或不同位置的两个物体, 由于加速度或速度不同, 它们前后的位置关系变化时
- **求解方法**
  - 临界条件法: 速度相同
  - 判别式法: 关于时间的一元二次方程
  - 相对速度法: 变换参考系
- **解题技巧**
  - 一个条件 — 速度相等的时候能否追上、距离最远、距离最近的临界条件
  - 两个关系
    - 时间关系 — $t_A = t_B \pm t_0$
    - 位移关系 — $x_A = x_B \pm x_0$
  - 三点技巧
    - 抓"一图三式": 过程示意图、时间关系式、速度关系式、位移关系式
    - 发现隐含条件: 如"刚好"、"恰好"、"至少"等
    - 讨论结果, 看是否符合实际
- **基本类型**
  - 一定能追上



匀加速追匀速

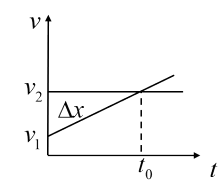


匀速追匀减速

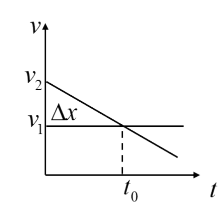


匀加速追匀减速

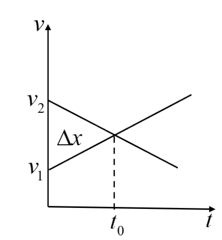
    - 解释
      - $t = t_0$ 以前 — 后面物体与前面物体间距不断增加
      - $t = t_0$ — 两物体速度相等, 有最远距离
      - $t = t_0$ 以后 — 后面物体与前面物体逐渐减小, 直到追上
      - 能追上且只能相遇一次
      - 注意刹车陷阱和最大限速
  - 不一定能追上



匀速追匀加速



匀减速追匀速



匀减速追匀加速

    - 解释
      - $t = t_0$ 以前 — 后面物体与前面物体间距减小
      - $t = t_0$ 时, 即共速
        - $\Delta x = x_0$　恰能追上, 只能相遇一次, 避免相撞的临界条件
        - $\Delta x < x_0$　不能追上, 此时两物体有最小距离
        - $\Delta x > x_0$　相遇两次
      - 注意刹车陷阱和最大限速

探究匀变速直线运动

- 实验器材
  - 两种打点计时器
    - 电压不同
    - 频率相同
    - 阻力不同
  - 需要刻度尺
  - 不需要秒表和天平
- 故障分析
  - 打点不清晰：复写纸用久了；电压过低；振针过高
  - 打出线条：使用直流电源
  - 点线交错或短线：振针过低
  - 点迹轻重不一：电压不稳
  - 点间距无规律：频率不稳
- 注意事项
  - 靠近打点计时器，先电后车
  - 打点计时器随用随停
  - 钩码个数适当
  - 区分计数点
  - 一次测量；注意估读至毫米后一位
  - 有效数字与几位小数的区分
- 核心考点
  - 匀变速直线运动的判断 — 连续相等时间内位移差相等 $\left(\Delta x = aT^2\right)$
  - 瞬时速度的测量
    - 中间某点的速度 — $v_{\frac{t}{2}} = \bar{v} = \frac{x}{t} \to v_n = \frac{x_n + x_{n+1}}{2T}$
    - 边上某点的速度
      - 求出加速度，公式：$v = v_0 + at$
      - $v_{\frac{t}{2}} = \frac{v_0 + v}{2} \to v_0 = 2v_{\frac{t}{2}} - v; v = 2v_{\frac{t}{2}} - v_0$
  - 逐差法的运用
    - 六段数据 — $a = \frac{(x_4 + x_5 + x_6) - (x_1 + x_2 + x_3)}{9T^2}$
    - 奇数段 — 舍去首尾或中间任意一段逐差
    - 满足连续相等时间内位移差相等 — $\Delta x = aT^2$
  - 图像法处理数据
    - 选取合适的标度，准确描点
    - 用直线连接各点，不在直线上的点均匀分布在直线两侧
    - $v-t$ — 图像的斜率即为加速度

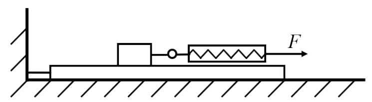
自由落体和竖直上抛

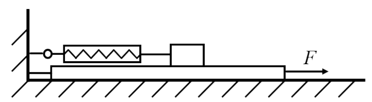
- 伽利略的科学研究过程 — 问题、猜想、数学推理、提出假设、间接验证、合理外推
- 竖直上抛
  - 定义 — 将一个物体以某一初速度竖直向上抛出，此物体只在重力作用下运动，这个物体的运动就是竖直上抛运动
  - 运动性质 — 初速度竖直向上，加速度为g的匀变速直线运动
  - 基本规律：以初速度的方向为正方向，$a=-g$
    - 速度公式 — $v=v_0-gt$
    - 位移公式 — $h=v_0t-\frac{1}{2}gt^2$
    - 位移和速度公式 — $v^2-v_0^2=-2gh$
    - 上升最大高度 — $H=\frac{v_0^2}{2g}$
    - 上升到最高点所用时间 — $t=\frac{v_0}{g}$
  - 运动特点
    - 匀变速直线运动，加速度为g
    - 对称性
      - 同一高度
      - 时间相等
      - 速度等大反向
    - 处理方法
      - 分段法：分成上升阶段和下降阶段两个过程进行研究
      - 整体法：整个过程当做匀变速直线运动处理
- 自由落体
  - 定义 — 物体只在重力作用下从静止开始下落的运动
  - 条件
    - 受力条件：只受重力
    - 初速度为0
  - 自由落体的加速度
    - 方向：竖直向下，不是垂直向下或者指向地心
    - 大小：同一地点的重力加速度，与物体的质量、运动状态、受力无关
  - 规律
    - $v=gt$
    - $h=\frac{1}{2}gt^2$
    - $v^2=2gh$

重力弹力

- 重力
  - 定义 — 物体由于地球吸引而受到的力
  - 大小 — $G=mg$
  - 方向
    - 竖直向下
    - 错误说法：指向地心或垂直地面
  - 重心
    - 易错点
      - 物体各部分都受到重力
      - 不一定在物体上
      - 不是物体上最重的点
    - 确定方法
      - 杠杆平衡法（支撑法）
      - 悬挂法
- 弹力
  - 方向
    - 接触方式 — 垂直于接触面/切面指向受力物体
    - 轻绳
      - 沿绳指向绳子收缩方向
      - 只能提供拉力
    - 轻杆
      - 固定杆
        - 即可提供拉力，也可提供弹力
        - 通过受力分析与物体运动状态进行判断
      - 自由杆
        - 沿着杆
        - 原因：不沿杆则会转动
      - 即可提供拉力，也可提供弹力
    - 轻弹簧 — 沿着弹簧的轴线指向弹簧恢复原长方向
  - 存在性判断
    - 条件法
      - 是否接触并产生弹性形变
      - 适用于形变明显的情况
    - 假设法
      - 假设物体(不)受弹力，结合运动状态进行分析
      - 适用于形变不明显的情况
      - 平衡状态
        - 二力平衡：等大反向
        - 多力平衡：不能在同一侧
  - 大小
    - 胡克定律
      - $F=k\Delta x$
      - 劲度系数 k
        - 单位：N/m
        - 只与弹簧本身性质有关
      - 推论
        - $\Delta F=k\Delta l$
        - 注意弹簧是拉伸还是压缩
    - 图像问题
      - |斜率| — 劲度系数
      - 与横轴交点 — 弹簧原长
    - 弹簧弹力大小 — 弹簧弹力大小处处相等且等于两端弹力
    - 弹簧的串并联
      - 串联
        - $k=\dfrac{k_1k_2}{k_1+k_2}$
        - 弹簧弹力大小处处相等且等于两端弹力
      - 并联
        - $k=k_1+k_2$
        - 两弹簧形变量相同，弹力之和等于外力
      - 与电阻串并联结论相反
    - 双弹簧问题（非串并联）
      - 合理选择研究对象，列平衡方程求解
      - 对象选取
        - 选物体（静态） — 列出初末状态平衡方程
        - 选弹簧（动态） — 列出初末状态力的改变量与弹簧形变量的关系
    - 弹力突变问题
      - 轻绳轻杆 — 可突变
      - 轻弹簧
        - 两端有物体不可突变
        - 剪断突变为零
- 探究弹簧弹力与形变量关系
  - 实验器材 — 注意刻度尺
  - 注意事项
    - 测量竖直悬挂长度
    - 作图时使各点均匀分布在曲(直)线两侧
    - 注意图像坐标轴单位与劲度系数的单位统一
  - 创新实验 — 通过定滑轮改变力的方向进行研究，消除弹簧自重影响

摩擦力

- 动摩擦因数测量
  - 原理 $\mu=\dfrac{f}{F_N}$
  - 

    图(a)
    需要匀速拉动
  - 

    图(b)
    不需要匀速拉动
- 产生条件
  - 接触面粗糙
  - 接触面有弹力
  - 有相对运动或相对运动趋势
- 大小与分类
  - 静摩擦力
    - 方向 — 与相对运动趋势方向相反，与对地运动无关
    - 大小 — $0\sim f_{静\,\max}$ 用平衡条件或牛顿运动定律求解
  - 滑动摩擦力
    - 方向 — 与相对运动方向相反，与对地运动无关
    - 大小 — $f=\mu F_N$
    - $f_{滑}<f_{静\,\max}$
  - 滚动摩擦力 — $f_{滚}<f_{滑}<f_{静\,\max}$
- 摩擦力突变问题
  - 静—静突变
  - 静—动突变
  - 动—静突变
  - 动—动突变
- 判断摩擦力有无方法
  - 条件法
  - 假设法

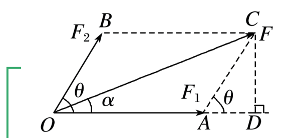
力的合成与分解

力的分解

- **效果分解法**
  - 根据力的作用效果确定两个分力的方向
  - 再根据两个分力方向画出平行四边形
  - 最后由三角函数和几何知识求出两分力的大小
- **正交分解法**
  - 定义：将已知力按互相垂直的两个方向进行分解的方法
  - 建立坐标轴原则
    - 一般选共点力的作用点为原点
    - 在静力学中，以少分解力和容易分解力为原则（即尽量多的力在坐标轴上）
  - 方法：把各力沿相互垂直的x轴、y轴分解，在x轴、y轴上分别进行合成
  - 使用场景
    - 物体平衡时，任意方向合力都为0
    - 合力不为零时，求合力，合力大小 $F=\sqrt{F_x^2+F_y^2}$
- **分解中的多解问题**
  - $F_2<F\sin\theta$ 无解
  - $F_2=F\sin\theta$ 或 $F_2\geq F$ 有唯一解
  - $F\sin\theta<F_2<F$ 有两组解
- **最小力问题**
  - 合力一定，其中一个分力的方向一定，当两个分力垂直时，另一个分力最小
  - 合力方向一定，其中一个分力的大小和方向都一定，当另一个分力与合力方向垂直时，这一分力最小
- **方法选取**
  - 只受三个力：效果分解法
  - 三个力以上：正交分解法

力的合成

- 共点力：作用在物体的同一点，或作用线的延长线交于一点的几个力
- 合力和分力的关系：合力和分力是等效替代的关系
- **运算法则**
  - 平行四边形定则
  - 三角形定则：两个分力首尾相连，合力从首指向尾
  - 多边形定则：多个分力首尾相连，合力从首指向尾
- **余弦定理求合力**



  - $F=\sqrt{F_1^2+F_2^2+2F_1F_2\cos\theta}$
- **合力的大小范围**
  - 两个共点力的合力的范围：$|F_1-F_2|\leq F_合\leq|F_1+F_2|$
  - 三个共点力的合成
    - 三个力共线且同向时，其合力最大为 $F_1+F_2+F_3$
    - 任取两个力，求出其合力的范围，如果第三个力在这个范围之内，则三个力的合力最小值为零；如果第三个力不在这个范围内，则合力最小值等于最大的力减去另外两个力
- **重要二级结论**
  - 两个分力一定时，夹角θ越大，合力越小
  - 合力一定，两等大分力的夹角越大，二分力越大
  - 合力方向偏向于较大力的一侧
  - 若两分力相等，即 $F_1=F_2$
    - $F_合=2F_1\cos\frac{\theta}{2}$
    - 若两分力相等，则合力平分两分力的夹角；若合力平分两分力夹角则两分力必相等
  - 二力合成，夹角不变，其中一个分力变大，则合力大小可能变大、变小或不变

探究两个互成角度力的合成规律

- **操作不忘“三二一”**
  - 用两个弹簧测力计拉时“三记录”：记录两弹簧测力计示数，两绳方向和结点O的位置
  - 用一个弹簧测力计拉时“二记录”：记录弹簧测力计示数和细绳方向
  - 一次实验过程中“一注意”：结点O的位置必须在同一位置
- **注意事项**
  - 同一实验中的两只弹簧测力计的选取方法：将两只弹簧测力计调零后互钩对拉，读数相同
  - 两弹簧测力计互成角度地拉橡皮条时，夹角不宜太大也不宜太小，在60°～120°之间为宜
  - 实验时弹簧测力计应与木板平行，读数时眼睛要正视弹簧测力计的刻度，在合力不超过量程及橡皮条弹性限度的前提下，拉力的数值尽量大些，至少超过量程的一半
  - 细绳套应适当长一些，便于确定力的方向．不要直接沿细绳套的方向画直线，应在细绳套末端用铅笔画一个点，去掉细绳套后，再将所标点与O点连接，即可确定力的方向
  - 在同一次实验中，画力的图示所选定的标度要相同，并且要恰当选取标度，使所作力的图示稍大一些
- **误差分析**
  - 弹簧测力计本身的误差
  - 读数误差和作图误差
- **创新实验**
  - 钩码替代弹簧测力计
  - 橡皮筋替代弹簧测力计

对称法解决非共面力问题

- 图形结构的对称性对应物体受力的对称性，即某些力大小相等，方向特点相同等
- 根据物体受力的对称性，结合力的合成与分解知识及平衡条件列出方程，求解结果

共点力平衡

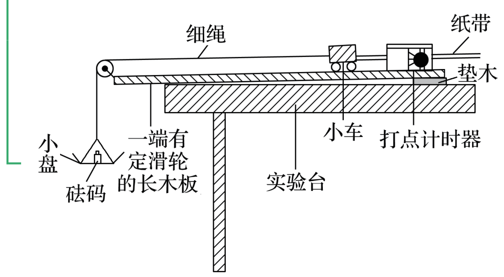
- 基础知识
  - 共点力
    - 如果几个力都作用在物体的同一点，或者它们的作用线相交于一点，它们就是共点力
  - 平衡状态
    - 合外力为0——沿任意方向的合力均为0
    - 相对于惯性系静止、匀速直线运动状态或者缓慢移动——牛顿第一定律成立
    - 物体受多个力作用处于平衡状态时，其中几个力的合力与其他力的合力必定等大反向
    - 物体受三个非平行力作用处于平衡状态，这三个力的作用线必定在同一平面内，而且三个力必定为共点力
- 合成与分解
  - 合成法
  - 分解法
    - 用效果分解法解决静态平衡问题
    - 用正交分解法解决静态问题（常解决三力和多力问题）
- 临界极值问题
  - 最小力问题
  - 绳子何时拉断问题
  - 绳子何时松弛问题
- 三力动态平衡问题
  - 图解法：一力恒定不变，一力方向不变
    - 若有直角：竖小平大，竖直不变
    - 若无直角：力的三角形边长代表力的大小和方向
  - 相似三角形：一力恒定不变，另外两个力方向均发生变化
    - 画出力的三角形
    - 构建几何三角形
    - 写出两个三角形的相似比
  - 拉密定理法：一力恒定不变，另外两个力夹角不变时
    - 直角对应最大值（你俩垂直我最大）
  - 有活结的平衡问题
    - 三力平衡（其中两力相等），第三个力必然平分这两个力的夹角，反之亦然
- 多力平衡问题
  - 共线的几个恒力等效为一个力，转化为三力平衡问题
  - 滑动摩擦力和压力等效为一个力，转化为三力平衡问题
- 多物体平衡：整体隔离法
  - 两物体保持相对静止可以看做整体
  - 内力可以忽略不计
  - 分析内力要隔离

探究加速度与力、质量的关系

实验基本内容

实验目的
- 学会用控制变量法研究物理规律
- 探究加速度与力、质量的关系
- 掌握利用图像法处理数据的方法

实验器材
- 小车、砝码、小盘、细绳、附有定滑轮的长木板、垫木、打点计时器、低压交流电源、导线、纸带、天平、刻度尺



实验方法:控制变量法
- 保持M不变,改变F,得到多组数据,作出a-F 图像,得到 $a \propto F$
- 保持F不变,改变M,得到多组数据,作出图像a-1/F图像(化曲为直),得到 $a \propto \frac{1}{M}$

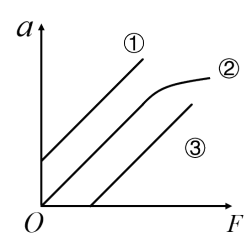
质量m的测量
- 用天平测砂桶和砂的总质量,或测小盘和钩码总质量

拉力F的测量
- m<<M时,合外力近似等于mg成立,且需要平衡摩擦力

加速度测量
- 逐差法
- 比例法

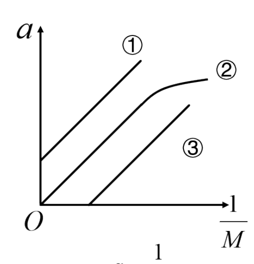
核心考点
- 平衡摩擦力时只不挂砝码盘(要小车能匀速下滑或者打点计时器打点均匀)
- 只需平衡一次摩擦力
- 细绳要与斜面平行,否则绳子上拉力有沿斜面向上的分量,沿斜面方向的力不等于绳子上拉力
- 小车靠近打点计时器,先接通电源再释放小车,小车滑到滑轮前按住小车
- 需要m<<M(M是m的10倍以上)
- 作图时,要舍弃误差较大点,使点尽可能多的分布在直线上或者均匀分布在直线两侧

图像分析



$a-F$

- ①平衡摩擦力过度
- ②不满足m<<M
- ③未平衡摩擦力或者平衡的不够



$a-\frac{1}{M}$

- ①平衡摩擦力过度
- ②不满足m<<M
- ③未平衡摩擦力或者平衡的不够

创新实验

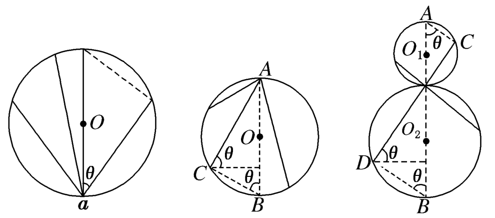
拉力创新
- 用力传感器或弹簧测力计,不需满足m<<M

加速度测量方法创新
- 用位移传感器测量位移
- 用“气垫导轨+光电门”测速度

实验原理创新
- 把砝码和小车当成系统

牛顿第二定律基本应用

- 牛顿第二定律
  - 内容：物体加速度的大小跟它受到的合外力成正比，跟它的质量成反比，加速度的方向跟合外力的方向相同
  - 表达式：$F = ma$
  - 五个特性
    - 统一性
    - 因果性
    - 矢量性
    - 瞬时性
    - 独立性
  - 动力学的两类基本问题解题步骤
    - 明确研究对象：注意对于系统而言一般先整体后隔离
    - 对研究对象进行受力分析
    - 以加速度方向为一个轴建立直角坐标系
    - 确定合外力：将所有力向加速度所在的轴上进行分解再合成即为合力（另一轴上合力为零）
    - 列方程求解
- 题型分类
  - 斜面问题
    - 斜面有摩擦，无初速度下滑
    - 斜面有摩擦，有向下初速度
    - 斜面有摩擦，有向上初速度
    - 斜面有摩擦，有外力（水平外力、沿斜面外力、竖直向上或向下外力）
  - 等时圆问题
    - 条件
      - $v_0 = 0$
      - $\mu = 0$
      - 竖直平面内
    - 三种模型



甲　乙　丙

时间相等

  - 突变问题
    - 题目特点：剪断某根绳子、撤去某个力、某个物体前后系统内物体的受力情况判断
    - 两种模型
      - 轻绳、轻杆和接触面：不发生明显形变就能产生弹力，剪断或脱离后，不需要时间恢复形变，弹力立即消失或改变，一般题目中所给的轻绳、轻杆和接触面不加特殊说明时，可以按照此模型处理
      - 弹簧、蹦床和橡皮筋：当弹簧的两端与物体相连（即两端为固定端）时，由于物体有惯性，弹簧的长度不会发生突变，所以瞬时问题中，其弹力的大小认为是不变的，即此时弹簧的弹力不突变，剪断时突变为0
    - 动力学中的图像问题
      - 题目特点：题目中给出v-t图像、a-t图像、F-t图像、F-a图像
      - 解题关键：写函数方程式，看图像斜率、截距、交点、拐点、面积的物理意义
      - F-t图像：从F-t转化为a-t，再转化为v-t

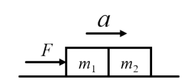
连接体和临界问题

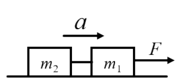
超重和失重
- 实重与视重
  - 实重:mg不变
  - 视重:看到的拉力或压力,可以改变
- 超重、失重、完全失重（上超下失）
  - 超重
    - 视重>G, a方向向上
    - 加速上升或减速下降
  - 失重
    - 视重<G, a方向向下
    - 加速下降或减速上升
  - 完全失重
    - 视重=0, a=g
    - 自由落体,重力现象不存在
- 注意:a不一定竖直向上或向下,也可以斜向上或斜向下

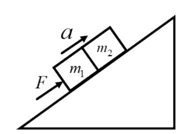
系统牛顿第二定律
- $F_{合}=m_1a_1+m_2a_2+m_3a_3+\ldots\ldots+m_na_n$
- 各物体加速度相同时 $F_{合}=(m_1+m_2+m_3+\ldots\ldots+m_n)a$
- 本质是整体法

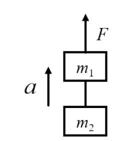
连接体问题
- 连接体的类型
  - 弹簧连接体
  - 轻绳连接体
  - 轻杆连接体
  - 物体叠放连接体(摩擦力连接)
- 运动特点
  - 轻绳 — 伸直状态下,两端连接体沿绳方向速度总是相等
  - 轻杆 — 平动时,连接体具有相同的平动速度
  - 轻弹簧
    - 弹簧发生形变过程中,两端连接体速度不一定相等
    - 弹簧形变最大时,两端连接体速率相等

连接体问题内力公式

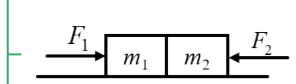






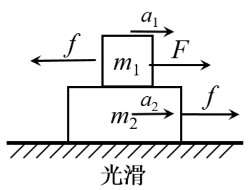


- $F_{12}=\frac{m_2F}{m_1+m_2}$
  - 与有无摩擦力无关
  - 与平面、斜面、竖直面无关

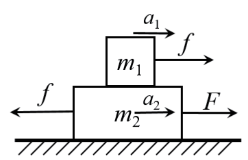


- $F_{12}=\frac{m_1F_2+m_2F_1}{m_1+m_2}$
  - 与有无摩擦力无关
  - 与平面、斜面、竖直面无关
- 总结
  - 与有无摩擦力无关
  - 与物体系统处于平、竖、斜方向无关
  - 与两物体间的连接物无关

摩擦力临界问题
- 地面光滑
  - 力F作用于上物块



    - 加速度（临界加速度）
      - $a_1=\frac{F-f_{12}}{m_1}$
      - $a_2=\frac{\mu_1m_1g}{m_2}$
    - 是否分离
      - $a_1<a_2$ 二者能够共速下去
      - $a_1>a_2$ 二者会分离
      - $a=a$ 分离的临界状态
  - 力F作用于下物块

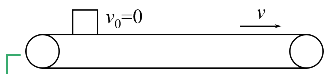


    - 加速度（临界加速度）
      - $a_1=\mu_1g$
      - $a_2=\frac{F-\mu_1m_1g}{m_2}$
    - 是否分离
      - $a_1>a_2$ 二者能够共速下去
      - $a_1<a_2$ 二者会分离
      - $a_1=a_2$ 分离的临界状态

弹力临界极值问题
- 临界或极值条件的标志
  - 刚好、恰好、正好等词,表明题中存在临界点
  - 取值范围、多长时间、多大距离等词,表明存在起止点,一般对应临界状态
  - 最大、最小、至多、至少等词,表明存在极值,对应临界条件
- 常见临界问题条件
  - 绳子断裂与松弛
    - 断裂对应绳子张力等于它所能承受最大张力
    - 松弛对应绳子张力为0,此时轻绳仍然伸直
  - 接触与脱离的临界条件
    - 物体仍保持接触,速度与加速度相同
    - 物体之间弹力为0

传送带问题

水平传送带

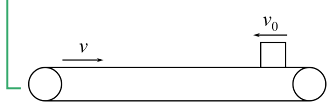


初速度为零

- 传送带足够长：先匀加速后匀速 — 摩擦力：$f=\mu mg \to f=0$
- 传送带不够长：一直匀加速 — 摩擦力：$f=\mu mg$

初速度与传送带同向

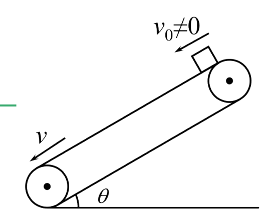
- $v_0<v$
  - 传送带足够长：先匀加速后匀速 — 摩擦力：$f=\mu mg \to f=0$
  - 传送带不够长：一直匀加速 — 摩擦力：$f=\mu mg$
- $v_0>v$
  - 传送带足够长：先减速后匀速 — 摩擦力：$f=\mu mg \to f=0$
  - 传送带不够长：一直匀减速 — 摩擦力：$f=\mu mg$



初速度与加速度反向

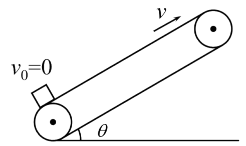
- 传送带足够长 $l \ge \frac{v_0^2}{2\mu g}$
  - $v_0<v$
    - 先减速后加速，且末速度为 v_0
    - 摩擦力：$f=\mu mg$
  - $v_0>v$
    - 先减速后加速再匀速，且末速度为 v
    - 摩擦力：$f=\mu mg \to f=0$
- 传送带不够长 $l < \frac{v_0^2}{2\mu g}$
  - 物块一直减速运动至最左端
  - 摩擦力：$f=\mu mg$

倾斜传送带

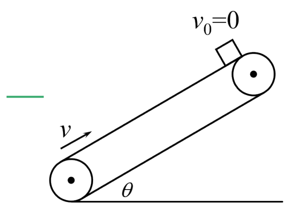


- $v_0<v$
  - $\mu<\tan\theta$
    - 一直加速，中间加速度大小改变
    - 加速度：$a_1=g\sin\theta+\mu g\cos\theta, a_2=g\sin\theta-\mu g\cos\theta$
    - 摩擦力(中间方向改变一次)：$f=\mu mg\cos\theta$
  - $\mu=\tan\theta$
    - 先加速后匀速
    - 加速度：$a=\mu g\cos\theta+g\sin\theta$
    - 摩擦力(中间方向改变一次)：$f=\mu mg\cos\theta$
  - $\mu>\tan\theta$
    - 先加速后匀速
    - 加速度：$a=\mu g\cos\theta+g\sin\theta$
    - 摩擦力：$f=\mu mg\cos\theta \to f=mg\sin\theta$
- $v_0=v$
  - $\mu<\tan\theta$
    - 匀加速
    - 加速度：$a=g\sin\theta-\mu g\cos\theta$
    - 摩擦力(方向向上)：$f=\mu mg\cos\theta$
  - $\mu=\tan\theta$
    - 一直匀速
    - 摩擦力：$f=\mu mg\cos\theta$
  - $\mu>\tan\theta$
    - 一直匀速
    - 摩擦力：$f=mg\sin\theta$
- $v_0>v$
  - $\mu<\tan\theta$
    - 匀加速
    - 加速度：$a=g\sin\theta-\mu g\cos\theta$
    - 摩擦力(方向向上)：$f=\mu mg\cos\theta$
  - $\mu=\tan\theta$
    - 一直匀速
    - 摩擦力：$f=\mu mg\cos\theta=mg\sin\theta$
  - $\mu>\tan\theta$
    - 先减速后匀速
    - 加速度：$a=\mu g\cos\theta-g\sin\theta$
    - 摩擦力：$f=\mu mg\cos\theta \to f=mg\sin\theta$

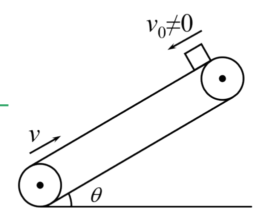
倾斜传送带



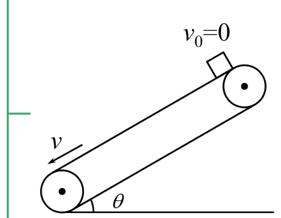
- 传送带足够长（$\mu>\tan\theta$）
  - 先匀加速后匀速
  - 加速度：$a=\mu g\cos\theta-g\sin\theta \to a=0$
  - 摩擦力：$f=\mu mg\cos\theta \to f=mg\sin\theta$
- 传送带不够长
  - 一直匀加速
  - 加速度：$a=\mu g\cos\theta-g\sin\theta$
  - 摩擦力：$f=\mu mg\cos\theta$



- $\mu<\tan\theta$
  - 全程匀加速
  - 加速度：$a=g\sin\theta-\mu g\cos\theta$
  - 摩擦力：$f=\mu mg\cos\theta$



- $\mu<\tan\theta$
  - 全程匀加速
  - 加速度：$a=g\sin\theta-\mu g\cos\theta$
  - 摩擦力：$f=\mu mg\cos\theta$
- $\mu=\tan\theta$
  - 全程匀速
  - 摩擦力：$f=\mu mg\cos\theta=mg\sin\theta$
- $\mu>\tan\theta$
  - 传送带足够长
    - 先减速后反向加速
    - 加速度：$a=\mu g\cos\theta-g\sin\theta$
    - 摩擦力：$f=\mu mg\cos\theta$
  - 传送带不够长
    - 匀减速到结束
    - 加速度：$a=\mu g\cos\theta-g\sin\theta$
    - 摩擦力：$f=\mu mg\cos\theta$



- 传送带足够长
  - $\mu<\tan\theta$
    - 一直加速，中间加速度大小改变
    - 加速度：$a_1=g\sin\theta+\mu g\cos\theta, a_2=g\sin\theta-\mu g\cos\theta$
    - 摩擦力(中间方向改变一次)：$f=\mu mg\cos\theta$
  - $\mu=\tan\theta$
    - 先加速后匀速
    - 加速度：$a=\mu g\cos\theta+g\sin\theta$
    - 摩擦力(中间方向改变一次)：$f=\mu mg\cos\theta$
  - $\mu>\tan\theta$
    - 先加速后匀速
    - 加速度：$a=\mu g\cos\theta+g\sin\theta$
    - 摩擦力：$f=\mu mg\cos\theta \to f=mg\sin\theta$
- 传送带不够长
  - 一直匀加速
  - 加速度：$a=\mu g\cos\theta+g\sin\theta$
  - 摩擦力：$f=\mu mg\cos\theta$

板块问题

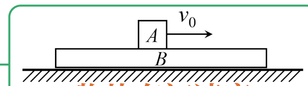
核心解题思路总结

- 分析运动过程
- 画v-t图像
- 借助图像和运动学公式解决问题
- 划痕
  - 无相对往复运动时：划痕为整个运动过程的相对位移，即$l=\Delta x$
  - 有相对往复运动时：划痕为两段相对位移中的较大值，即$l=\max\{\Delta x_1,\ \Delta x_2\}$

核心考点

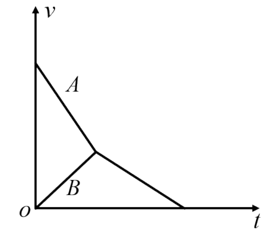
- 求加速度
- 求共速时间、共速速度、滑出时的速度
- 求对地位移、距离木板一端的距离
- 求相对位移或划痕长度
- 求外力范围

物块有初速度

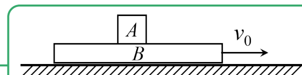


$\mu_A>\mu_B, f_A>f_B$

- 物块
  - 先匀减速，共速后一起匀减速
  - 加速度$a_A=\mu_A g\to a_{共}=\mu_B g$
- 木板
  - 先匀加速，共速后一起匀减速
  - 加速度$a_B=\dfrac{f_A-f_B}{m_B}\to a_{共}=\mu_B g$

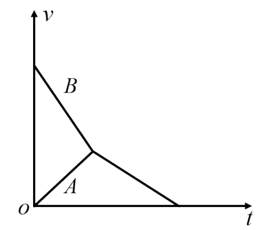


木板有初速度



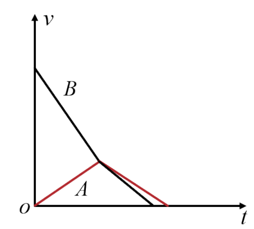
$\mu_A>\mu_B$

- 物块
  - 先匀加速，共速后一起匀减速
  - 加速度$a_A=\mu_A g\to a_{共}=\mu_B g$
- 木板
  - 先匀加速，共速后一起匀减速
  - 加速度$a_B=\dfrac{f_A-f_B}{m_B}\to a_{共}=\mu_B g$

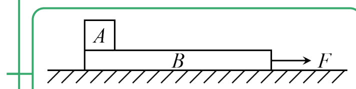


$\mu_A<\mu_B$

- 物块
  - 先匀加速，共速后各自匀减速
  - 加速度$a_A=\mu_A g\to a'_A=\mu_A g$
- 木板
  - 先匀减速，共速后各自匀减速
  - 加速度$a_B=\dfrac{f_A+f_B}{m_B}\to a'_B=\dfrac{f_B-f_A}{m_B}$

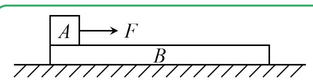


木板受恒定拉力



- 两物体各自加速
- 做出v-t图像
- 划痕长度为两物体相对位移

物块受恒定拉力



- 两物体各自加速
- 做出v-t图像
- 划痕长度为两物体相对位移

力F大于使两者共同加速时的临界条件

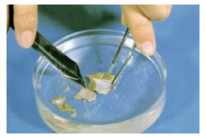
高一·化学篇

CHEMISTRY

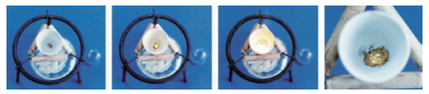
钠及其化合物

11 Na
钠
Sodium
22.99

钠



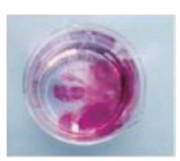
- 物理性质
  - 银白色金属光泽
  - 质软，可用小刀切割
  - 电热良导体
  - 密度比水小
  - 保存在煤油中



- 化学性质
  - 和非金属反应
    - $4Na+O_2=2Na_2O$
    - $2Na+O_2\overset{\triangle}{=}Na_2O_2$
    - $2Na+Cl_2\overset{点燃}{=}2NaCl$
    - $2Na+S\overset{\triangle}{=}Na_2S$
  - 和水反应 — $2Na+2H_2O=2NaOH+H_2\uparrow$
  - 和HCl反应 — $2Na+2HCl=2NaCl+H_2\uparrow$
  - 和盐溶液反应
    - $2Na+2H_2O+CuSO_4=Cu(OH)_2\downarrow+Na_2SO_4+H_2\uparrow$
    - $2Na+2NH_4Cl=2NaCl+2NH_3\uparrow+H_2\uparrow$
- 制备 — 电解熔融氯化钠
- 用途
  - 钠—钾合金(常温下为液态)用作原子反应堆的导热剂
  - 制高压钠灯(黄色的透雾能力强)
  - 作还原剂制取钛、锆、铌、钽等金属
  - 制作过氧化物

钠的氧化物

- 氧化钠 Na_2O
  - 碱性氧化物
  - 物理性质 — 白色固体
  - 化学性质
    - $Na_2O+H_2O=2NaOH$
    - $Na_2O+2HCl=2NaCl+H_2O$
    - $Na_2O+CO_2=Na_2CO_3$
- 过氧化钠 Na_2O_2
  - 过氧化物
  - 物理性质 — 淡黄色固体
  - 化学性质
    - 和水反应 — $2Na_2O_2+2H_2O=4NaOH+O_2\uparrow$
    - 和酸反应 — $2Na_2O_2+4HCl=4NaCl+2H_2O+O_2\uparrow$
    - 和二氧化碳反应 — $2Na_2O_2+2CO_2=2Na_2CO_3+O_2$
    - 强氧化性
      - $Na_2O_2+SO_2=Na_2SO_4$
      - 与酚酞作用—先变红，后褪色
      - 做漂白剂、消毒剂

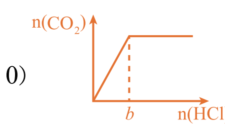


钠盐

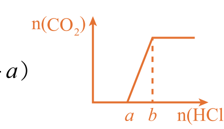
- 碳酸钠 Na_2CO_3
  - 物理性质 — 白色固体，易溶于水，俗称纯碱、苏打
  - 化学性质
    - 与盐酸反应 — $Na_2CO_3+2HCl=2NaCl+H_2O+CO_2\uparrow$
    - 与$BaCl_2$反应 — $Na_2CO_3+BaCl_2=2NaCl+BaCO_3\downarrow$
    - 与二氧化碳CO_2反应 — $Na_2CO_3+CO_2+H_2O=2NaHCO_3$；$CO_3^{2-}+H_2O+CO_2=2HCO_3^-$
- 加热：$NaHCO_3\rightarrow Na_2CO_3$；$CO_2+H_2O$：$Na_2CO_3\rightarrow NaHCO_3$
- 碳酸氢钠 $NaHCO_3$
  - 物理性质 — 白色晶体，易溶于水，俗称小苏打
  - 化学性质
    - 与NaOH反应 — $NaHCO_3+NaOH=Na_2CO_3+H_2O$
    - 与盐酸反应 — $NaHCO_3+HCl=NaCl+CO_2\uparrow+H_2O$
    - 与$Ca(OH)_2$反应
      - $NaHCO_3+Ca(OH)_2$(过)$=NaOH+CaCO_3\downarrow+H_2O$
      - $HCO_3^-+Ca^{2+}+OH^-=CaCO_3\downarrow+H_2O$
      - $2NaHCO_3+Ca(OH)_2$(少)$=Na_2CO_3+CaCO_3\downarrow+2H_2O$
      - $2HCO_3^-+Ca^{2+}+2OH^-=CO_3^{2-}+CaCO_3\downarrow+2H_2O$
    - 加热 — $2NaHCO_3\overset{\triangle}{=}Na_2CO_3+H_2O+CO_2\uparrow$

钠的计算

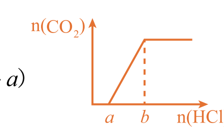
- 钠单质
  - 和-OH反应取决于氢离子的电离难易程度
  - 若钠过量，先和酸反应，再和水反应
  - 与盐溶液反应是先与水反应再与盐反应
- 过氧化钠
  - 物质的量的关系 — 与CO_2或H_2O反应放出的O_2的物质的量之比为2:1
  - 电子转移数目 — $2Na_2O_2\sim O_2\sim 2e^-$
  - 气体体积关系 — 气体体积减少量等于原混合气体体积的$\frac{1}{2}$
  - 先后顺序关系 — 先和CO_2反应再和H_2O反应
  - 固体质量关系 — 相当于固体只吸收CO_2中的CO和H_2O中的H_2
- 钠盐
  - 向$NaHCO_3$中加稀盐酸($a=0$)



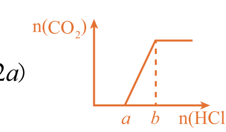
  - 向NaOH、Na_2CO_3中加稀盐酸($a>b-a$)

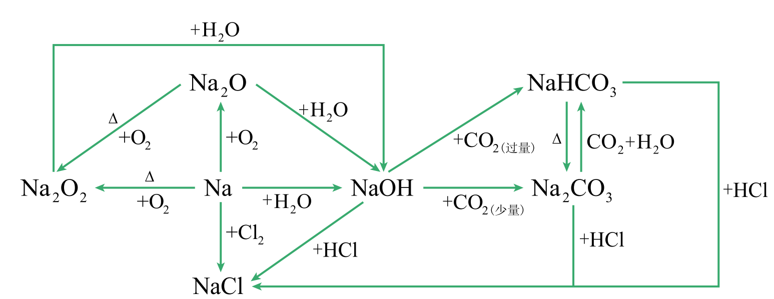


  - 向Na_2CO_3、$NaHCO_3$中加稀盐酸($a<b-a$)



  - 向Na_2CO_3中加稀盐酸($b=2a$)





17　Cl
氯
Chlorine
35.45

氯及其化合物

氯水

成分

	液氯	新制氯水	久置氯水
成分	Cl_2	Cl_2、H_2O、HClO、Cl^-、ClO^-、H^+、OH^-	Cl^-、H^+、H_2O、OH^-
颜色	黄绿色	黄绿色	无色
分类	纯净物	混合物	混合物
性质	氧化性	氧化性、漂白性、酸性	酸性

性质

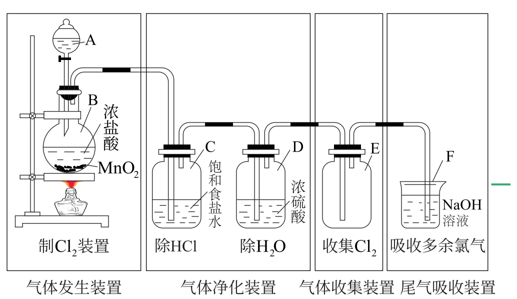
成分	所加试剂	实验现象	化学方程式或者解释
HCl	$AgNO_3$溶液	白色沉淀	$HCl+AgNO_3=AgCl\downarrow+HNO_3$
	Na_2CO_3粉末	产生无色无味的气体	$Na_2CO_3+2HCl=2NaCl+H_2O+CO_2\uparrow$
HClO	有色布条	布条褪色	HClO具有漂白性
	光照或加热	产生气泡	HClO具有不稳定性: $2HClO\xlongequal{光照}2HCl+O_2\uparrow$
Cl_2	$FeCl_2$溶液	溶液变为棕黄色	$2FeCl_2+Cl_2=2FeCl_3$
H_2O	$CuSO_4$白色粉末	白色粉末变为蓝色	$CuSO_4+5H_2O=CuSO_4\cdot5H_2O$
HCl和HClO	石蕊试液	先变红后褪色	酸性和漂白性

次氯酸

- 弱酸性(酸性弱于碳酸)
- 强氧化性
  - 杀菌、消毒
  - 漂白(使有色布条褪色)
- 紫色石蕊试液变红后褪色
- 不稳定性 — $2HClO\xlongequal{光照}2HCl+O_2\uparrow$

氯气的制备

- 电解饱和食盐水:工业制取 — $2NaCl+2H_2O\xlongequal{电解}2NaOH+H_2\uparrow+Cl_2\uparrow$
- 实验室制取
  - 反应原理
    - $MnO_2+4HCl(浓)\xlongequal{\triangle}MnCl_2+2H_2O+Cl_2\uparrow$
    - $2KMnO_4+16HCl=2KCl+2MnCl_2+8H_2O+5Cl_2\uparrow$
    - $K_2Cr_2O_7+14HCl=2KCl+2CrCl_3+7H_2O+3Cl_2\uparrow$
    - $KClO_3+6HCl(浓)=KCl+3H_2O+3Cl_2\uparrow$
  - 反应装置
    - 反应装置



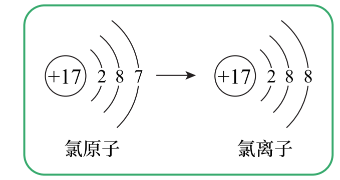
    - 除杂
      - 通过饱和食盐水 — 除去HCl
      - 浓硫酸 — 除去水蒸气
    - 收集方法 — 向上排空气法或排饱和食盐水法
    - 尾气处理 — $Cl_2+2NaOH=NaClO+NaCl+H_2O$

Cl^-的检验

- 试剂:硝酸酸化的硝酸银
- 原理:$Cl^-+Ag^+=AgCl\downarrow$

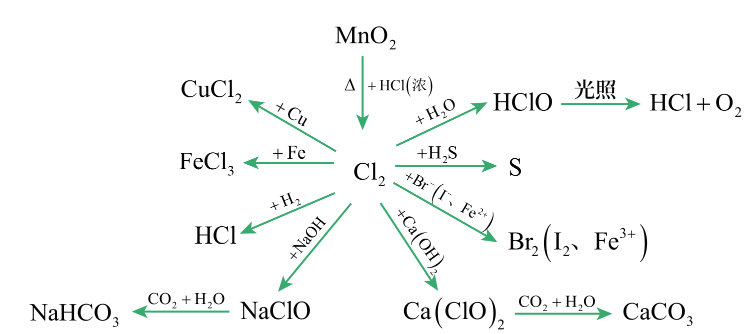
氯气

物理性质 — 黄绿色、具有刺激性气味的有毒气体,密度大于空气、新制氯水呈浅黄绿色



化学性质

- 与金属单质反应
  - $Cl_2+2Na\xlongequal{点燃}2NaCl$(白烟)
  - $3Cl_2+2Fe\xlongequal{点燃}2FeCl_3$(棕褐色烟)
  - $Cl_2+Cu\xlongequal{点燃}CuCl_2$(棕黄色烟)
- 与非金属单质反应 — $Cl_2+H_2\xlongequal{点燃}2HCl$(安静的燃烧,苍白色火焰,瓶口有白雾)
- 与水反应 — $Cl_2+H_2O\rightleftharpoons HCl+HClO$
- 与碱反应
  - 离子反应方程式 — $Cl_2+2OH^-=Cl^-+ClO^-+H_2O$
  - "84"消毒液
    - 制取原理 — $Cl_2+2NaOH=NaClO+NaCl+H_2O$
    - 主要成分 — NaClO、NaCl
    - 有效成分 — NaClO
    - 用途 — 杀菌、消毒
  - 漂白粉
    - 制取原理 — $2Cl_2+2Ca(OH)_2=CaCl_2+Ca(ClO)_2+2H_2O$
    - 主要成分 — $Ca(ClO)_2$、$CaCl_2$
    - 有效成分 — $Ca(ClO)_2$
    - 失效原因
      - $Ca(ClO)_2+H_2O+CO_2=CaCO_3\downarrow+2HClO$
      - $2HClO\xlongequal{光照}2HCl+O_2\uparrow$
- 与还原性无机化合物反应
  - 与碘化钾溶液反应 — $Cl_2+2KI=2KCl+I_2$
  - 与溴化钠溶液反应 — $Cl_2+2NaBr=Br_2+2NaCl$
  - 与二氧化硫水溶液反应 — $Cl_2+SO_2+2H_2O=2HCl+H_2SO_4$
  - 与氯化亚铁溶液反应 — $Cl_2+2FeCl_2=2FeCl_3$



化学计量

物质的量n
- 定义 — 一定数目的微观粒子的集合体
- 符号 — n
- 单位 — mol
- 数值 — 1mol任何微粒所含的微粒数与0.012kg ^{12}C中所含的碳原子数相等
- 注意事项
  - 适用于微观粒子(即分子、原子、离子、质子、中子、电子等)，不适用于宏观物质
  - 物质的量是物理量，使用时要注意指代明确

阿伏伽德罗常数N_A
- 定义 — 1mol任何粒子所含的粒子数
- 符号 — N_A
- 注意 — 6.02×10^{23}只是阿伏伽德罗常数的一个近似值
- 计算公式 — $n=\frac{N}{N_A}$

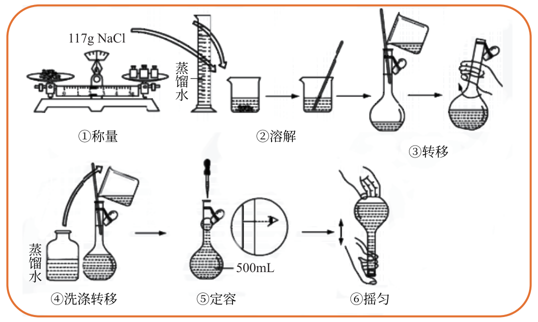
气体摩尔体积V_m
- 定义 — 一定状况下，单位物质的量的气体所占的体积
- 符号 — V_m
- 单位 — $L\cdot mol^{-1}$
- 标准状况(0℃, 101KPa)下 — $V_m=22.4L\cdot mol^{-1}$
- 计算公式 — $n=\frac{V}{V_m}$
- $22.4L\cdot mol^{-1}$应用
  - 使用条件是标准状况
  - 使用对象必须是气体物质，可以是单一气体，也可以是混合气体。标况下非气体：SO_3、乙醇、水、CCl_4
  - 非标况下的V_m也可能等于22.4L/mol
  - 物质的质量、物质的量一定时，所含微粒数与物质处于何种条件无关
- 阿伏伽德罗定律
  - 具体内容 — 相同温度、相同压强、相同体积 任何气体 所含分子数相同 ⇒ 物质的量相同
  - 推论
    - $\frac{V_1}{V_2}=\frac{n_1}{n_2}$ — T、p相同
    - $\frac{P_1}{P_2}=\frac{n_1}{n_2}$ — T、V相同
    - $\frac{m_1}{m_2}=\frac{M_1}{M_2}$ — T、p、V相同

影响物质体积的因素
- 构成物质的微粒的大小(物质的本性)
- 构成物质的微粒之间距离的大小(由温度与压强共同决定)
- 构成物质的微粒的多少(物质的量的大小)

摩尔质量M
- 定义 — 单位物质的量的物质所具有的质量
- 符号 — M
- 单位 — $g\cdot mol^{-1}$
- 当粒子的摩尔质量以$g\cdot mol^{-1}$为单位时，在数值上等于该粒子的相对分子(原子)质量
- 区别与联系 — 摩尔质量、相对分子质量、1 mol物质的质量在数值上是相同的，但含义不同，三者的单位不同
- 注意事项 — 对具体的物质，其摩尔质量是确定的，不随物质的量的多少而变化，也不随物质的聚集状态而变化
- 计算公式 — $n=\frac{m}{M}$

物质的量浓度c_B
- 定义 — 单位体积溶液里所含溶质B的物质的量
- 符号 — c_B
- 单位 — mol / L或$mol\cdot L^{-1}$
- 表达式 — $c_B=\frac{n_B}{V}$
- 注意
  - 溶液的体积不等于溶剂的体积，不同种液体体积不能直接加和
  - 对于一定浓度的溶液，物质的量浓度大小与溶液体积无关

溶液的配制
- 固体药品的配制
  - 实验仪器 — 容量瓶、烧杯、胶头滴管、玻璃棒、托盘天平(含砝码)、药匙
  - 配制步骤



- 浓溶液的稀释
  - 实验仪器 — 量筒、玻璃棒、烧杯、胶头滴管、容量瓶
  - 步骤 — 计算→量取→稀释→冷却转移→洗涤转移→振荡→定容→摇匀→装瓶贴签
- 误差分析 — 根据公式$c_B=\frac{n_B}{V}$，探究该操作会对n_B和V的影响

换算关系
- 物质的质量 m(g) —÷M→ 物质的量 n(mol)；物质的量 n(mol) —×M→ 物质的质量 m(g)
- 气体的体积 V(L) —÷V_m→ 物质的量 n(mol)；物质的量 n(mol) —×V_m→ 气体的体积 V(L)
- 物质的量 n(mol) —÷V→ 物质的量浓度 c_B(mol / L)；物质的量浓度 c_B(mol / L) —×V→ 物质的量 n(mol)
- 物质的量浓度 c_B(mol / L) —×$\frac{溶质摩尔质量}{1000\rho}$→ 溶质的质量分数；溶质的质量分数 —×$\frac{1000\rho}{溶质摩尔质量}$→ 物质的量浓度 c_B(mol / L)
- 物质的微粒数N —÷N_A→ 物质的量 n(mol)；物质的量 n(mol) —×N_A→ 物质的微粒数N

离子反应

电解质与非电解质

- **电解质**
  - 定义 — 在水溶液中或熔融状态下能够导电的化合物
  - 三要素
    - 化合物 — 混合物和单质既不是电解质也不是非电解质
    - 能导电
    - 自身电离
  - 常见电解质 — 酸、碱、盐、活泼金属氧化物、H_2O
  - 分类
    - 强电解质 — 强酸、强碱、盐(几乎所有)
    - 弱电解质 — 水、弱酸、弱碱、盐(少部分):$(CH_3COO)_2Pb$、$HgCl_2$
    - 分类依据 — 在水溶液中是否完全电离
- **非电解质**
  - 定义 — 在水溶液中和熔融状态下都不能导电的化合物
  - 两要素
    - 化合物
    - 不能导电
  - 常见非电解质
    - 非金属氧化物 — CO_2、SO_2
    - 大部分有机物 — 乙醇、蔗糖
    - 非酸性的气态氢化物 — NH_3、PH_3

离子反应

- 定义 — 在溶液中有离子参加的化学反应称为离子反应
- 类型
  - 复分解反应
    - 生成难溶性的物质
    - 生成挥发性的物质
    - 生成难电离的物质
  - 氧化还原反应
  - 络合反应
- 反应实质 — 某些离子浓度的减少

离子方程式

- 定义 — 用实际参加反应的离子符号来表示化学反应的式子
- 书写步骤
  - 写 — 写出正确的化学方程式 $HCl + NaOH = H_2O + NaCl$
  - 拆 — 将易溶于水且易电离的物质拆分成阴阳离子的形式,难溶的物质、单质、气体和水等仍用化学式表示 $H^+ + Cl^- + Na^+ + OH^- = H_2O + Na^+ + Cl^-$
  - 删 — 删去化学方程式两边不参加反应的离子,即重复的离子 $OH^- + H^+ = H_2O$
  - 查 — 检查离子方程式两边各元素的原子个数和电荷总数是否相等
- 物质拆分
  - 强酸、强碱、易溶盐改写成离子形式,弱酸、弱碱、难溶性盐、气体、单质、氧化物等都写成化学式
  - 特殊物质拆分
    - 浓硫酸不能拆写成离子形式,而浓硝酸、浓盐酸要拆写成离子形式
    - 多元弱酸酸式盐 — 多元弱酸的酸式酸根不能拆写成离子形式 如$NaHCO_3$不能拆写成$Na^+ + H^+ + CO_3^{2-}$
    - $Ca(OH)_2$ — 澄清石灰水要写成离子形式$Ca^{2+} + 2OH^-$ 石灰乳或者石灰浆要写成化学式$Ca(OH)_2$
    - 氨水 — 氨水作为反应物写为$NH_3 \cdot H_2O$ 作为生成物,若有加热条件或浓度很大时,写为$NH_3\uparrow + H_2O$

应用

离子共存

- 实质 — 离子间能否发生反应,如果能发生反应,则无法共存,不能发生反应,则可以共存
- 离子不能共存原因
  - 因发生复分解反应而不能大量共存
    - 生成气体:H^+与CO_3^{2-}、HCO_3^-、S^{2-}、HS^-、SO_3^{2-}、HSO_3^-
    - 生成难溶或微溶物质
      - 难溶盐:Ag^+与Cl^-、Br^-、I^-、CO_3^{2-};Ba^{2+}与SO_4^{2-}、CO_3^{2-};Ca^{2+}与CO_3^{2-}
      - 难溶酸碱:Fe^{3+}、Fe^{2+}、Cu^{2+}、Al^{3+}与OH^-;H^+与SiO_3^{2-}
      - 微溶性物质:Ag^+与SO_4^{2-};Ca^{2+}与SO_4^{2-} OH^-;Mg^{2+}与CO_3^{2-}
    - 生成难电离物质:弱酸、弱碱、水:H^+与OH^-、CH_3COO^-、ClO^-;OH^-与NH_4^+
  - 发生氧化还原反应
    - Fe^{3+}与S^{2-}、I^-、SO_3^{2-}
    - $NO_3^-(H^+)$与Fe^{2+}、S^{2-}、I^-、SO_3^{2-}、Br^-
    - ClO^-(或MnO_4^-)与Fe^{2+}、S^{2-}、I^-、SO_3^{2-}、Br^-、Cl^-
  - 生成络合物 — 如:Fe^{3+}与SCN^-
  - 离子共存中的隐藏条件
    - 无色透明溶液
      - 无色:不含Cu^{2+}(蓝色)、Fe^{3+}(黄色)、Fe^{2+}(绿色)、MnO_4^-(紫色)
      - 透明:无难溶物和微溶物,并不意味着溶液无色
    - 含大量H^+ — 强酸性溶液、“使石蕊变红的溶液”、“常温下pH<7的溶液”
    - 含大量OH^- — 强碱性溶液、“使酚酞变红的溶液”、“常温下pH>7的溶液”

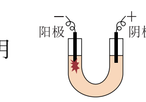
离子检验

- 常见阳离子的检验
  - Al^{3+} — 加氨水或适量NaOH溶液,有絮状白色沉淀生成,沉淀能溶于NaOH溶液,但不溶于氨水 $Al^{3+} + 3OH^- = Al(OH)_3\downarrow$(白色)和 $Al(OH)_3 + OH^- = AlO_2^- + 2H_2O$
  - Fe^{3+}
    - 加入NaOH溶液,生成红褐色沉淀 $Fe^{3+} + 3OH^- = Fe(OH)_3\downarrow$(红褐色)
    - 加入KSCN溶液,溶液呈红色 $Fe^{3+} + 3SCN^- = Fe(SCN)_3$(红色)
  - Fe^{2+}
    - 加NaOH溶液生成白色沉淀,在空气中迅速变为灰绿色,最后变为红褐色 $Fe^{2+} + 2OH^- = Fe(OH)_2\downarrow$(白色)和$4Fe(OH)_2 + O_2 + 2H_2O = 4Fe(OH)_3\downarrow$(红褐色)
    - 加KSCN溶液,无明显现象,加新制氯水后溶液呈红色 $2Fe^{2+} + Cl_2 = 2Cl^- + 2Fe^{3+}$ 和 $Fe^{3+} + 3SCN^- = Fe(SCN)_3$(红色)
  - Ag^+ — 取少许待测液于试管中,加入盐酸溶液,若有白色沉淀生成且不溶解,则含有银离子$Ag^+ + Cl^- = AgCl\downarrow$
  - Ba^{2+}
    - 焰色反应,焰色反应呈黄绿色则含有钡离子
    - 取少许待测液于试管中,先加入稀硝酸酸化,再加入稀硫酸,若有沉淀产生,则含有钡离子$Ba^{2+} + SO_4^{2-} = BaSO_4\downarrow$
  - Na^+、K^+ — 焰色反应,焰色反应呈黄色的含钠元素,焰色反应透过蓝色钴玻璃呈紫色的钾元素
- 常见阴离子的检验
  - 卤族离子
    - 取少量试液于试管中,向其中滴加少量硝酸银溶液,再加入稀硝酸,生成白色沉淀,且不溶于稀硝酸,则有氯离子;生成淡黄色沉淀,且不溶于稀硝酸,则有溴离子;生成黄色沉淀,且不溶于稀硝酸,则有碘离子
    - 碘离子检验其他方法:滴入淀粉溶液后再滴入氯水,溶液显蓝色 $Ag^+ + I^- = AgI\downarrow$ 和 $2I^- + Cl_2 = 2Cl^- + I_2$
  - SO_3^{2-} — 先加入氯化钡溶液生成白色沉淀,加盐酸后白色沉淀溶解,将生成的气体通入品红溶液中,溶液褪色 $Ba^{2+} + SO_3^{2-} = BaSO_3\downarrow$ 和 $BaSO_3 + 2H^+ = Ba^{2+} + SO_2\uparrow + H_2O$
  - SO_4^{2-} — 先加稀盐酸,无明显变化,再加入氯化钡溶液生成白色沉淀 $Ba^{2+} + SO_4^{2-} = BaSO_4\downarrow$
  - CO_3^{2-} — 取少许待测液于试管中,先加入氯化钙溶液,产生白色沉淀,再滴入盐酸,沉淀溶解,将产生的无色无味的气体通入澄清石灰水中,澄清石灰水变浑浊

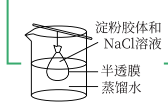
物质分类

- 纯净物
  - 单质
    - 稀有气体: He、Ne、Ar
    - 金属单质: Zn、Fe、Cu
    - 非金属单质: C、Si、H_2
  - 化合物
    - 氢化物
      - 金属氢化物: NaH、KH、CaH_2
      - 非金属氢化物: HCl、H_2O、NH_3
    - 氧化物
      - 酸性氧化物
        - 与水化合成酸
          - $Mn_2O_7 + H_2O = 2HMnO_4$(高锰酸)
          - $CO_2 + H_2O = H_2CO_3$
        - 或与碱反应生成盐和水 — $SiO_2 + 2NaOH = Na_2SiO_3 + H_2O$
      - 碱性氧化物
        - 与水化合成碱:活泼金属氧化物
          - $Na_2O + H_2O = 2NaOH$
          - $CaO + H_2O = Ca(OH)_2$
        - 或与酸反应生成盐和水:不活泼金属氧化物
          - $CuO + H_2SO_4 = CuSO_4 + H_2O$
          - $Fe_2O_3 + 6HCl = 2FeCl_3 + 3H_2O$
      - 两性氧化物
        - Al_2O_3 既能与酸反应生成盐和水、又能与碱反应生成盐和水
          - $Al_2O_3 + 6HCl = 2AlCl_3 + 3H_2O$
          - $Al_2O_3 + 2NaOH = 2NaAlO_2 + H_2O$
      - 不成盐氧化物
        - NO、CO、H_2O 既不能与酸反应生成盐和水、又不能与碱反应生成盐和水
        - 与水反应为非化合反应: NO_2、Na_2O_2

      金属氧化物不一定是碱性氧化物,
      碱性氧化物一定是金属氧化物,
      非金属氧化物不一定是酸性氧化物,
      酸性氧化物不一定是非金属氧化物。
    - 酸
      - 是否有氧元素
        - 含氧酸: H_2SO_4、HNO_3、H_3PO_4
        - 无氧酸: HCl、HF、HI
      - 电离氢离子数
        - 一元酸: HCl、HF、HNO_3、CH_3COOH
        - 二元酸: H_2SO_4、H_2S、H_2CO_3、H_2SiO_3
        - 三元酸: H_3PO_4
      - 沸点
        - 低沸点酸: HNO_3、HCl、HI、H_2S、CH_3COOH
        - 高沸点酸: H_2SO_4、H_3PO_4
      - 电离程度
        - 强酸: HCl、HNO_3、H_2SO_4、$HClO_4$、HI、HBr
        - 弱酸: H_2CO_3、HF、H_2SO_3、CH_3COOH
    - 碱
      - 溶解度
        - 可溶性碱: KOH、NaOH、$Ca(OH)_2$、$Ba(OH)_2$、$NH_3 \cdot H_2O$
        - 难溶性碱: $Fe(OH)_2$、$Cu(OH)_2$
      - 电离程度
        - 强碱: NaOH、KOH、$Ca(OH)_2$、$Ba(OH)_2$
        - 弱碱: 难溶性碱 + 一水合氨
    - 盐
      - 复盐: 由多种金属离子(铵根离子)和一种酸根离子形成的盐: $KAl(SO_4)_2 \cdot 12H_2O$、$(NH_4)_2Fe(SO_4)_2$
      - 根据中和反应的程度
        - 正盐: NaCl、$BaSO_4$、$AgNO_3$
        - 酸式盐: $NaHCO_3$、$NaHSO_4$
        - 碱式盐: $Cu(OH)_2CO_3$、$Mg(OH)Cl$
- 分散系
  - 定义
    - 分散系:一种或多种物质分散到另一种物质中形成的混合物
    - 分散质:分散系中被分散的物质
    - 分散剂:容纳分散质的介质
  - 分类(分散质粒子直径)
    - 溶液(<1nm)
      - 均一稳定的混合物
      - 能通过滤纸和半透膜
    - 胶体(1~100nm)
      - 制备
        - 原理 — $FeCl_3 + 3H_2O \overset{\triangle}{=} Fe(OH)_3$(胶体)$+ 3HCl$
        - 步骤 — 向沸腾的蒸馏水中逐滴滴加饱和的氯化铁溶液,继续煮沸至溶液呈红褐色后停止加热
      - 性质
        - 丁达尔效应
          - 定义 — 当一束光透过胶体时,在垂直入射光的方向可以观察到胶体中出现一条明显的"光路"
          - 原理 — 光的散射
            - 光 → 胶体分散质粒子大 → 发生光散射 → 光亮通路
            - 光 → 溶液分散质粒子小 → 不易发生光散射 → 无光亮通路
        - 电泳
          - 定义 — 带电微粒在电场作用下向电性相反的电极移动

          - 电泳实验
            - 现象 — 氢氧化铁胶体通电一段时间后,阴极红褐色加深,阳极红褐色变浅
            - 原理 — 氢氧化铁胶粒带正电,通电时向阴极移动
            - 胶粒带电性
              - 正电:金属氢氧化物胶粒、金属氧化物胶粒
              - 负电:金属硫化物胶粒、土壤胶粒、硅胶胶粒
              - 不带电:淀粉胶粒
        - 聚沉
          - 定义 — 胶体粒子聚集成大颗粒而沉淀的过程
          - 方法
            - 搅拌、加热
            - 加入电解质、加入带相反电荷的胶粒
        - 渗析
          - 原理 — 半透膜具有选择透过性,可以用于分离不同粒子

          - 步骤 — 把淀粉胶体和NaCl溶液的混合液,加入半透膜袋内,浸入蒸馏水中。一段时间后,取两试管烧杯中的液体,向其中一支滴加硝酸银溶液,另一支滴加少量碘水
          - 现象 — 在加入硝酸银溶液的试管里出现了白色沉淀;在加入碘水的试管里并没有发生变化
          - 结论 — 氯离子可以通过半透膜,淀粉胶粒不能通过
      - 应用
        - 电泳:工业除尘
        - 聚沉:三角洲的形成、明矾净水、土壤保肥
        - 丁达尔效应:胶体溶液的鉴别、清晨深林中的光路
        - 渗析:胶体提纯、血液透析
    - 浊液(>100nm)
      - 不均一不稳定的混合物
      - 不能通过滤纸和半透膜

氧化还原

- 特征及实质
  - 特征 — 化合价的升降
  - 实质 — 电子转移
- 分类
  - 一般氧化还原反应 — 反应中氧化剂完全被还原，还原剂完全被氧化
  - 部分氧化还原反应 — 反应物中氧化剂(或还原剂)部分被还原(被氧化)
  - 歧化反应 — 氧化作用和还原作用发生在同一分子元素上，该元素原子(或离子)一部分被氧化，另一部分被还原
  - 归中反应 — 同种元素组成的不同物质，即单质和化合物或化合物和化合物之间发生氧化还原反应，元素的两种化合价向中间靠拢而不交叉，最后归中为同一化合价
  - 自身氧化还原反应 — 电子转移发生在同一物质的同种元素或不同种元素之间
- 基本概念
  - 氧化剂
    - 化合价降低，得电子的物质
    - 常见的氧化剂
      - 活泼非金属单质 Cl_2、O_2、S
      - 某些阳离子 H^+、Ag^+、Fe^{3+}、Cu^{2+}
      - 含较高价态元素的物质，如 $K_2Cr_2O_7$、MnO_2、$KMnO_4$
      - 过氧化物 H_2O_2、Na_2O_2
  - 还原剂
    - 化合价升高，失电子的物质
    - 常见的还原剂
      - 活泼金属单质Al、Zn、Na、Mg
      - 非金属单质 H_2、C
      - 含较低价态元素的单质CO、SO_2、HCl、H_2、KI
  - 氧化产物 — 还原剂失电子后的产物
  - 还原产物 — 氧化剂得电子后的产物
  - 氧化性 — 物质得电子的能力
  - 还原性 — 物质失电子的能力
- 配平
  - 配平原则
    - 电子守恒 — 氧化剂和还原剂得失电子数相等，化合价升高总数=化合价降低总数
    - 质量守恒 — 反应前后原子种类和个数不变
    - 电荷守恒 — 离子反应前后，阴、阳离子所带电荷总数相等
  - 配平步骤 — 标变价-列得失-求总数-配系数-查守恒
  - 配平方法
    - 正向配平法
    - 逆向配平法
    - 整体标价法
    - 缺项配平法
- 电子转移的表示方法
  - 双线桥 — $\overset{0}{Fe}+\overset{+2}{Cu}SO_4=\overset{+2}{Fe}SO_4+\overset{0}{Cu}$（失去 $2e^-$，化合价升高，被氧化；得到 $2e^-$，化合价降低，被还原）
  - 单线桥 — $Fe \xrightarrow{2e^-} CuSO_4$：$Fe+CuSO_4=FeSO_4+Cu$
- 计算
  - 氧化还原反应的规律
    - 守恒规律
    - 价态规律
    - 强弱规律
    - 转化规律
    - 先后规律
  - 计算依据 — 电子守恒
  - 计算公式 — m(氧化剂)×变价原子个数×化合价变化值(高价−低价)=n(还原剂)×变价原子个数×化合价变化值(高价−低价)
  - 题型
    - 计算氧化剂、还原剂、还原产物、氧化产物的物质的量或质量
    - 计算物质的化合价或化学式
    - 计算反应中电子转移数目
    - 综合计算

氧化性还原性强弱比较方法

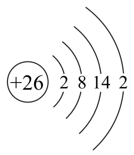
- 根据化学方程式判断
  - 氧化剂的氧化性大于氧化产物的氧化性
  - 还原剂的还原性大于还原产物的还原性
- 根据金属活动性顺序判断
  - 还原性 K>Ca>Na>Mg>Al>Zn>Fe>Sn>Pb>H>Cu>Hg>Ag>Pt>Au
  - 氧化性 $K^+<Ca^{2+}<Na^+<Mg^{2+}<Al^{3+}<Zn^{2+}<Fe^{2+}<Sn^{2+}<Pb^{2+}<H^+<Cu^{2+}<Fe^{3+}<Hg^{2+}<Ag^+$
- 根据非金属顺序判断
  - 氧化性 $F_2>Cl_2>Br_2>I_2>S$
  - 还原性 $F^-<Cl^-<Br^-<I^-<S^{2-}$
- 根据反应条件和产物价态高低进行判断
  - 当不同的氧化剂作用于同一还原剂时，如果氧化产物的价态相同，可根据反应条件的高低进行判断：一般条件越低，氧化剂的氧化性就越强
  - 与同一物质反应时，一般越易进行，则其氧化性或还原性就越强
- 根据影响因素判断
  - 浓度：同一种物质的浓度越大，氧化性(或还原性)越强
  - 温度：同一种物质，温度越高其氧化性越强 — 热浓硫酸氧化性>冷浓硫酸氧化性
  - 酸碱性：同一种物质，所处环境酸(碱)性越强其氧化性(还原性)越强

26 铁 Fe
Iron
55.85

铁及其化合物

铁单质

- 物理性质 — 纯铁是一种银白色、具有金属光泽的金属，而铁粉为黑色。纯铁质地柔软，密度较大，具有铁磁性，具有良好的延展性、导电性和导热性



- 化学性质
  - 与非金属单质反应
    - O_2 — $3Fe+2O_2\xlongequal{点燃}Fe_3O_4$
    - Cl_2 — $2Fe+3Cl_2\xlongequal{点燃}2FeCl_3$
    - S — $Fe+S\xlongequal{\triangle}FeS$
  - 与水的反应 — $3Fe+4H_2O(g)\xlongequal{高温}Fe_3O_4+4H_2$
  - 与酸反应
    - 非氧化性酸 — $Fe+2H^+=Fe^{2+}+H_2\uparrow$
    - 氧化性酸
      - 遇冷的浓硫酸或浓硝酸钝化，在加热条件下与浓硫酸、浓硝酸反应均无氢气产生
      - 与稀硝酸
        - Fe不足 — $Fe+4H^++NO_3^-=Fe^{3+}+NO\uparrow+2H_2O$
        - Fe过量 — $3Fe+8H^++2NO_3^-=3Fe^{2+}+2NO\uparrow+4H_2O$
  - 与盐反应 — 和硫酸铜反应：$Fe+Cu^{2+}=Fe^{2+}+Cu$
- 制备 — 高炉炼铁 — 原理：$Fe_2O_3+3CO\xlongequal{高温}2Fe+3CO_2$

铁的氧化物

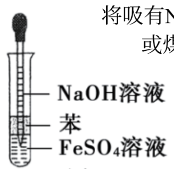
- FeO
  - 物理性质 — 黑色粉末，难溶于水
  - 化学性质
    - 铁的价态 — +2价
    - 不稳定性 — $6FeO+O_2=2Fe_3O_4$
    - 与酸反应 — $FeO+2H^+=Fe^{2+}+H_2O$
  - 制取 — 高温熔融，过量的铁与氧气反应 $2Fe+O_2\xlongequal{高温}2FeO$
- Fe_2O_3
  - 物理性质 — 红棕色粉末、俗称铁红，铁锈的主要成分，常用做作红色油漆和涂料

  - 化学性质
    - 铁的价态 — +3价
    - 与酸反应 — $Fe_2O_3+6H^+=2Fe^{3+}+3H_2O$
  - 制取 — $2Fe(OH)_3\xlongequal{\triangle}Fe_2O_3+3H_2O$
- Fe_3O_4
  - 物理性质 — 具有磁性的黑色晶体，俗称磁性氧化铁，是磁铁矿主要成分

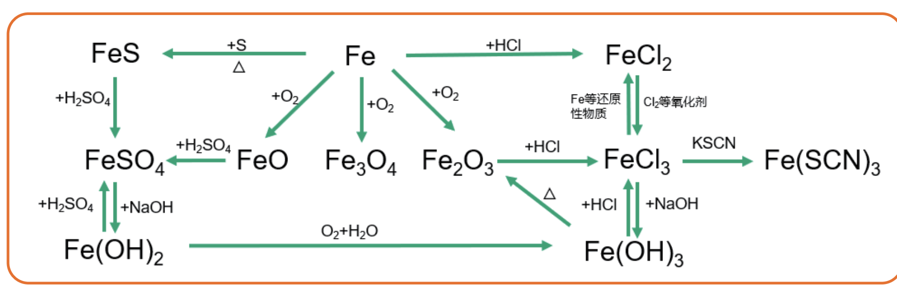
  - 化学性质
    - 铁的价态 — +3价、+2价
    - 与酸反应 — $Fe_3O_4+8H^+=Fe^{2+}+2Fe^{3+}+4H_2O$
  - 制取 — $3Fe+2O_2\xlongequal{点燃}Fe_3O_4$

铁的氢氧化物

- $Fe(OH)_2$
  - 物理性质 — 白色，难溶于水的固体
  - 化学性质
    - 与非氧化性强酸反应 — $Fe(OH)_2+2H^+=Fe^{2+}+2H_2O$
    - 与氧化性酸反应 — $3Fe(OH)_2+10HNO_3=3Fe(NO_3)_3+NO\uparrow+8H_2O$
    - 空气中放置被氧化
      - 原理：$4Fe(OH)_2+2H_2O+O_2=4Fe(OH)_3$
      - 现象：白色沉淀迅速变成灰绿色，最终变成红褐色
  - 制取
    - 将吸有NaOH溶液的胶头滴管插到液面以下，并在液面上覆盖一层苯或煤油(不能用四氯化碳)，以防止空气与氢氧化铁接触发生反应
    - 原理：$Fe^{2+}+2OH^-=Fe(OH)_2\downarrow$

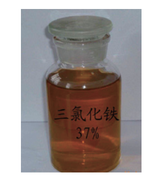


- $Fe(OH)_3$
  - 物理性质 — 红褐色，难溶于水的固体
  - 化学性质
    - 与酸反应 — $Fe(OH)_3+3H^+=Fe^{3+}+3H_2O$
    - HI — $2Fe(OH)_3+6HI=2FeI_2+I_2+6H_2O$
  - 制取
    - 方法：将NaOH溶液滴入硫酸铁溶液中
    - 原理：$Fe^{3+}+3OH^-=Fe(OH)_3\downarrow$

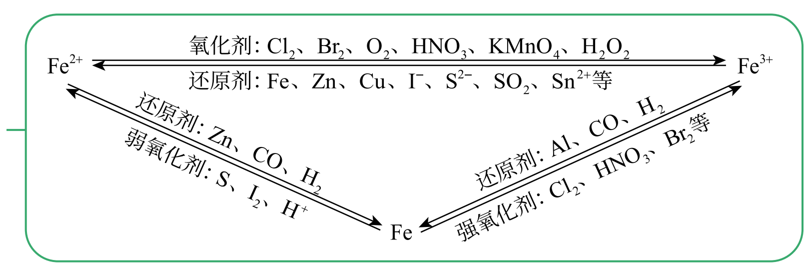


铁盐

- Fe^{3+}
  - 含Fe^{3+}的溶液，呈棕黄色，具有较强的氧化性
  - 氧化性
    - 利用三氯化铁溶液制造印刷电路板 $2Fe^{3+}+Cu=2Fe^{2+}+Cu^{2+}$
    - $2Fe^{3+}+2I^-=2Fe^{2+}+I_2$



  - 检验
    - 直接观察颜色：棕黄色
    - 滴加KSCN溶液，溶液立即变为血红色
    - 滴加NaOH溶液，出现红褐色沉淀
  - 配制与保存 — 加入少量相应的酸，抑制水解
- Fe^{2+}
  - 含Fe^{2+}的溶液，呈浅绿色，既有氧化性又有还原性
  - 氧化性 — $Fe^{2+}+Zn=Fe+Zn^{2+}$
  - 还原性 — $2Fe^{2+}+Cl_2=2Fe^{3+}+2Cl^-$
  - 检验
    - 直接观察颜色：浅绿色
    - 滴加KSCN溶液，无明显现象，再滴加氯水，溶液立即变为血红色
    - 滴加NaOH溶液，生成白色絮状沉淀，该沉淀迅速变为灰绿色，最后变为红褐色
  - 配制与保存
    - 加入适量铁粉，防止被氧化
    - 加入少量相应的酸，抑制水解
- Fe、Fe^{3+}和Fe^{2+}的相互转化



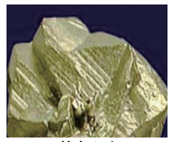
硫及其化合物

16 硫 S
sulfur
32.06

硫单质

- 存在
  - 游离态 — 存在于火山口附近或地壳的岩层里


  - 化合态 — 主要以硫化物和硫酸盐的形式存在


黄铜矿


芒硝

- 物理性质
  - 黄色，质脆，熔点低
  - 不溶于水，微溶于酒精，易溶于二硫化碳
- 化学性质
  - 氧化性 — 和金属反应
    - $Fe+S \overset{\triangle}{=} FeS$
    - $2Cu+S \overset{\triangle}{=} Cu_2S$
    - $2Na+S \overset{\triangle}{=} Na_2S$
    - $Hg+S=HgS$
  - 还原性 — 和非金属反应 — $S+O_2 \xlongequal{点燃} SO_2$

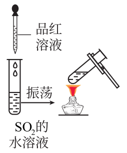
硫酸

- 物理性质 — 纯硫酸是无色油状的液体，沸点高，密度大，能与水任意比互溶，溶解时放出大量热
- 化学性质
  - 吸水性 — 常用作干燥剂
  - 脱水性 — 将有机物中的氢、氧原子以2∶1比例脱去
  - 强氧化性
    - $Cu+2H_2SO_4(浓) \overset{\triangle}{=} CuSO_4+SO_2\uparrow+2H_2O$
    - $C+2H_2SO_4(浓) \overset{\triangle}{=} CO_2\uparrow+2SO_2\uparrow+2H_2O$
    - 常温下，铝、铁遇浓硫酸钝化
    - 能与其他还原性物质反应

硫的氧化物

SO_2

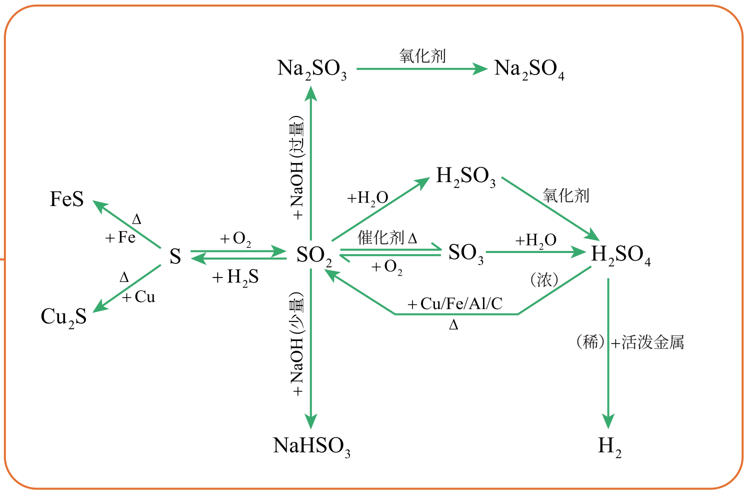
- 物理性质
  - 无色有刺激性气味的气体
  - 密度比空气大
  - 易溶于水
- 化学性质
  - 酸性氧化物的通性
    - 和水反应 — $SO_2+H_2O=H_2SO_3$
    - 和碱反应 — $SO_2+2NaOH=Na_2SO_3+H_2O$；$SO_2+NaOH=NaHSO_3$
    - 和碱性氧化物反应 — $SO_2+Na_2O \overset{\triangle}{=} Na_2SO_3$
    - 和盐反应 — $SO_2+2NaHCO_3=Na_2SO_3+H_2O+2CO_2$
    - 水溶液使指示剂变色
  - 漂白性 — 现象：褪色，加热后恢复红色；结论：二氧化硫具有漂白性



  - 氧化性 — $SO_2+2H_2S=3S\downarrow+2H_2O$
  - 还原性 — $SO_2+Cl_2+2H_2O=H_2SO_4+2HCl$

SO_3

- 物理性质 — 常温常压下是无色易挥发有刺激性气味的液体
- 化学性质
  - 与水反应 — $SO_3+H_2O=H_2SO_4$
  - 与碱性氧化物反应 — $CaO+SO_3=CaSO_4$
  - 与碱反应 — $Ca(OH)_2+SO_3=CaSO_4+H_2O$
- 工业制硫酸 — $S\rightarrow SO_2\rightarrow SO_3\rightarrow H_2SO_4$

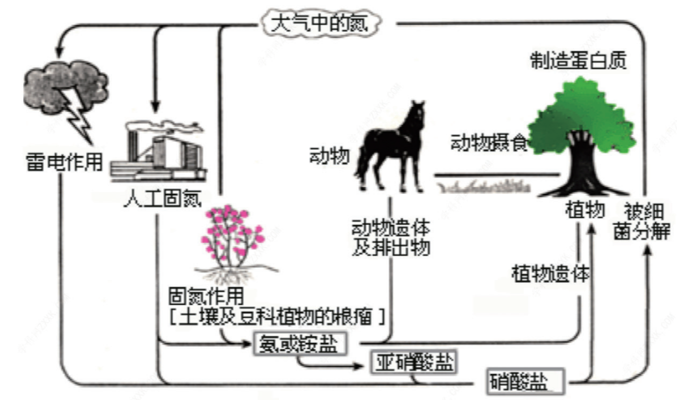


氮及其化合物(1)

7 N
氮
nitrogen
14.01

氮

氮的循环



氮的固定

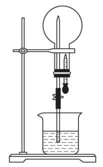
高能固氮、人工固氮、生物固氮

N_2

- 化学性质
  - $3Mg+N_2 \xlongequal{点燃} Mg_3N_2$ (氧化性)
  - $N_2+3H_2 \xrightleftharpoons[催化剂]{高温、高压} 2NH_3$ (氧化性)
  - $N_2+O_2 \xlongequal{放电或高温} 2NO$ (还原性)
  - 空气 → N_2；$Mg_3N_2 \leftarrow N_2 \rightarrow NO$；$N_2 \rightarrow NH_3$
- 制法：分离空气法
- 用途
  - 合成氨、制硝酸、做保护气
  - 液氮在医学作冷冻剂，制造低温环境

NH_3

物理性质



- 无色；有刺激性气味的气体，易液化，比空气轻；极易溶于水(1:700)
- 喷泉实验
  - 使烧瓶内外在短时间内产生较大的压强差，利用大气压将烧瓶下面烧杯中的液体压入烧瓶内，在尖嘴导管口形成喷泉
  - 加入某种试剂；采取一定操作使烧瓶内的气体与烧杯中的液体接触

几种常见的能形成喷泉的气体和液体

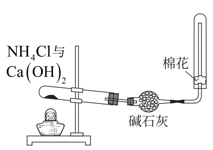
气体	HCl	NH_3	CO_2、Cl_2、SO_2、H_2S	HCl	NO、O_2	NO_2、O_2
吸收剂	水、NaOH溶液	水	NaOH溶液	水	水	水

化学性质

- 与水反应：$NH_3+H_2O \rightleftharpoons NH_3\cdot H_2O$
- 与酸反应：$NH_3+HNO_3=NH_4NO_3$；$NH_3+HCl=NH_4Cl$
- 与氧气反应：$4NH_3+5O_2 \xrightarrow[\Delta]{催化剂} 4NO+6H_2O$
- 与CuO反应：$3CuO+2NH_3 \xlongequal{\Delta} 3Cu+3H_2O+N_2$
- 与氯气反应：$2NH_3+3Cl_2=N_2+6HCl$ (过量氯气)；$8NH_3+3Cl_2=N_2+6NH_4Cl$ (过量氨气)

氨气的实验室制法

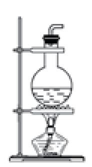
- 反应原理：$2NH_4Cl+Ca(OH)_2=2NH_3\uparrow+CaCl_2+2H_2O$
- 发生装置



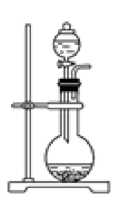
固固加热型

棉花团的作用：在收集氨气的试管口放置一团松软的干棉花，是为了防止试管内的氨气与试管外的空气形成对流，以便在较短时间内收集到较为纯净的氨气

- 干燥剂：用碱石灰，不能用酸性干燥剂，不能用无水氯化钙 $8NH_3+CaCl_2=CaCl_2\cdot 8NH_3$
- 收集：由于氨气极易溶于水，密度比空气小，所以只能用向下排空气法
- 验满：用湿润的红色石蕊试纸或蘸有浓盐酸的玻璃棒接近管口(现象分别为试纸变蓝、产生白烟)
- 实验室制取氨气的其他方法



  - 加热浓氨水：$NH_3\cdot H_2O=NH_3\uparrow+H_2O$



  - 浓氨水+固体NaOH：NaOH溶于水放热，促使氨水分解。且OH^-浓度的增大有利于NH_3的生成
  - 浓氨水+固体CaO：CaO与水反应，使溶剂(水)减少；反应放热，促使氨水分解。化学方程式为$NH_3\cdot H_2O+CaO=NH_3\uparrow+Ca(OH)_2$

铵盐及铵根离子的检验

物理性质

铵盐都是易溶于水的无色晶体

化学性质

- 受热易分解
  - $NH_4Cl \xlongequal{\Delta} NH_3\uparrow+HCl\uparrow$
  - $NH_4HCO_3 \xlongequal{\Delta} NH_3\uparrow+CO_2\uparrow+H_2O$
- 与碱溶液反应
  - $NH_4^++OH^- \xlongequal{\Delta} NH_3\uparrow+H_2O$
  - $NH_4NO_3+NaOH \xlongequal{\Delta} NH_3\uparrow+H_2O+NaNO_3$
- 保存与应用
  - 保存方法：密封、阴凉通风处保存
  - 农业：不能与碱性物质如草木灰等混用；埋在土下以保持肥效

铵根离子的检验

- 方法一，加入过量强碱(氢氧化钠等)，加热，用湿润的红色石蕊试纸放在试管口，观察是否变蓝
- 方法二，加入过量强碱(氢氧化钠等)，加热，将沾有浓盐酸的玻璃棒靠近试管口，观察是否产生白烟(氯化铵)来检验铵根离子

7 N
氮
nitrogen
14.01

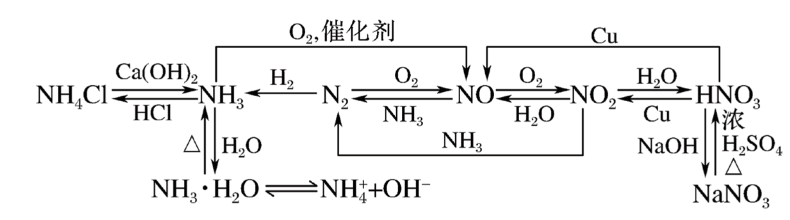
氮及其化合物(2)

硝酸

- **物理性质**：硝酸是无色易挥发的液体，有刺激性气味
- **化学性质**
  - 酸的通性
  - 不稳定性：$4HNO_3 \xlongequal[\Delta]{光照} 4NO_2\uparrow + O_2\uparrow + 2H_2O$
  - 强氧化性
    - 与金属反应
      - 能与除金、铂、钛以外的大多数金属反应，一般不能产生氢气
      - 体现了硝酸的酸性及氧化性
        - $Cu + 4HNO_3(浓) = Cu(NO_3)_2 + 2NO_2\uparrow + 2H_2O$
        - $3Cu + 8HNO_3(稀) = 3Cu(NO_3)_2 + 2NO\uparrow + 4H_2O$
      - 与Fe、Al反应：常温时浓硝酸可使铁、铝表面形成致密的氧化膜而钝化，所以可以用铁容器或铝容器盛放浓硝酸，热时又可继续反应
    - 与非金属反应：$C + 4HNO_3(浓) \overset{\Delta}{=} CO_2\uparrow + 4NO_2\uparrow + 2H_2O$
    - 与还原性化合物反应，如：H_2S、SO_2、Na_2SO_3、HI、Fe^{2+}
      - $3Fe^{2+} + 4H^+ + NO_3^- = 3Fe^{3+} + NO\uparrow + 2H_2O$
  - 显色反应：蛋白质遇到浓硝酸时变黄色
- **制备与保存**
  - 制备：$N_2 \xrightarrow{H_2} NH_3 \xrightarrow{O_2} NO \xrightarrow{O_2} NO_2 \xrightarrow{H_2O} HNO_3$
  - 硝酸的保存
    - 保存硝酸：棕色瓶(避光)、玻璃塞(橡胶塞易被氧化)、阴凉处(防热)
    - 存放的浓硝酸中，因分解产生的二氧化氮溶于硝酸而使其呈黄色
- **NO_3^-的检验**：试液浓缩后，加入浓硫酸和Cu片，出现蓝色溶液和红棕色气体，若待测液较稀，相当于Cu与稀硝酸反应，产生无色气体NO，现象不明显，因此可将稀溶液浓缩后再检验
- **硝酸与金属综合计算**
  - 计算模型
    - HNO_3
      - 参加反应
        - 金属
        - 体现酸性：$M(NO_3)_x$
        - 体现氧化性：NO、NO_2等
      - 未参加反应：全部电离，可以参加其他反应
    - 两个守恒：N原子守恒；得失电子守恒
    - 一个关系：起酸性作用的HNO_3的物质的量等于生成的硝酸盐中NO_3^-的物质的量
    - 一个技巧：利用离子方程式快速找出各种量的相互关系
  - 计算技巧
    - 得失电子守恒：还原剂失去的电子的物质的量等于硝酸中N原子得到的电子的物质的量
    - 电荷守恒：反应后的溶液中金属离子M^{n+}和H^+所带正电荷的总物质的量等于NO_3^-所带负电荷的总物质的量，即$c(NO_3^-) = c(H^+) + nc(M^{n+})$
    - 原子守恒：反应前硝酸中氮原子的总物质的量等于反应后生成的NO_x和NO_3^-中氮原子的总物质的量

氮的氧化物

- 氮元素从+1~+5价都有对应的氧化物，如N_2O、NO、N_2O_3、NO_2(或N_2O_4)、N_2O_5，属于酸性氧化物的是N_2O_3、N_2O_5
- **NO和NO_2的比较**
  - NO
    - 无色、无味气体，难溶于水，有毒，大气污染物之一
    - $2NO + O_2 = 2NO_2$
  - NO_2
    - 红棕色、有刺激性气味气体，易溶于水，有毒，大气污染物之一
    - $3NO_2 + H_2O = 2HNO_3 + NO$
- **常见的污染类型**
  - 光化学烟雾：NO_x在紫外线作用下，与碳氢化合物发生一系列光化学反应，产生了一种有毒的烟雾
  - 酸雨：NO_x排入大气中后，与水反应生成硝酸和亚硝酸，随雨雪降到地面
- **常见的NO_x尾气处理方法**
  - 碱液吸收法
    - $2NO_2 + 2NaOH = NaNO_3 + NaNO_2 + H_2O$
    - $NO_2 + NO + 2NaOH = 2NaNO_2 + H_2O$
  - 催化转化法：在催化剂、加热条件下，氨可将氮氧化物转化为无毒气体(氮气)，或NO_x与CO在一定温度下催化转化为无毒气体(氮气和二氧化碳)，一般适用于汽车尾气的处理



铝及其化合物

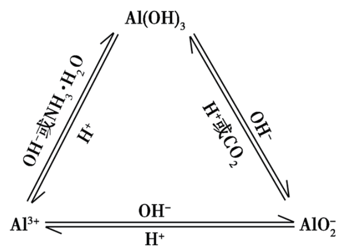
13 Al
铝
Aluminium
26.98

常见的铝盐

- 硫酸铝钾是由两种不同的金属离子和一种酸根离子组成的复盐 — $KAl(SO_4)_2$
- 明矾的化学式为$KAl(SO_4)_2\cdot 12H_2O$，它是无色晶体，可溶于水，水溶液pH<7，明矾可以净水，其净水的原理是$Al^{3+}+3H_2O = Al(OH)_3(胶体)+3H^+$，$Al(OH)_3$胶体吸附水中的杂质形成沉淀而净水

"铝三角"及其应用

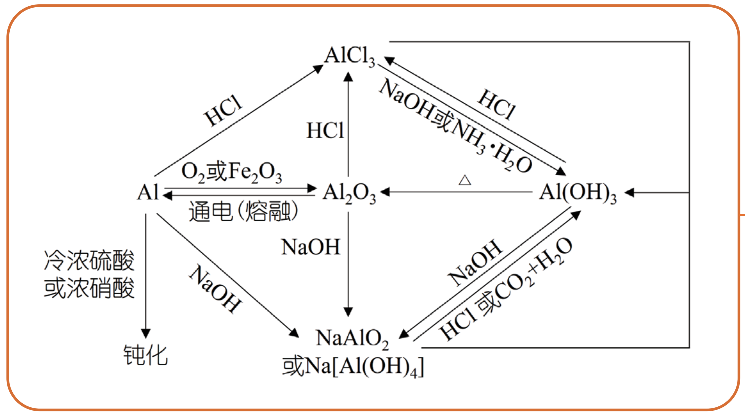
具体反应



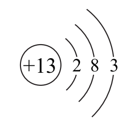
- $Al(OH)_3+3H^+ = Al^{3+}+3H_2O$
- $Al(OH)_3+OH^- = AlO_2^-+2H_2O$
- $Al^{3+}+3OH^- = Al(OH)_3\downarrow$
- $Al^{3+}+4OH^- = AlO_2^-+2H_2O$
- $AlO_2^-+4H^+ = Al^{3+}+2H_2O$
- $AlO_2^-+H^++H_2O = Al(OH)_3\downarrow$

应用

- 判断离子共存问题 — Al^{3+}与OH^-及AlO_2^-、CO_3^{2-}、S^{2-}等弱酸根阴离子或AlO_2^-与H^+、HCO_3^-以及弱碱阳离子Al^{3+}、Fe^{3+}等因生成沉淀或发生水解相互促进反应而不能大量共存
- 鉴别(利用滴加顺序不同，现象不同)
  - 向$AlCl_3$溶液中滴加NaOH溶液，先产生白色沉淀，后沉淀溶解
  - 向NaOH溶液中滴加$AlCl_3$溶液，开始无明显现象，后产生白色沉淀，沉淀不溶解
- 分离提纯(利用Al、Al_2O_3、$Al(OH)_3$可溶于强碱的特性可除去许多物质中的含铝杂质)
  - 利用Al能溶于强碱溶液，分离Al与其他金属例如：Mg(Al)的混合物，加足量NaOH溶液
  - 利用Al_2O_3，能与强碱溶液反应，分离Al_2O_3与其他金属氧化物。例如：铝土矿的主要成分是Al_2O_3，此外还含有少量SiO_2、Fe_2O_3等杂质
  - 利用$Al(OH)_3$能与强碱反应，分离Al^{3+}与其他金属阳离子，如：$Mg(OH)_2[Al(OH)_3]$、$Mg^{2+}(Al^{3+})$



铝单质

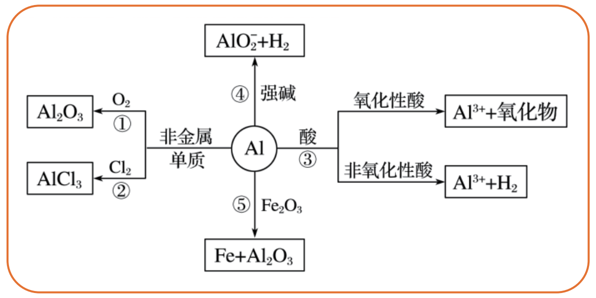


物理性质

银白色具有金属光泽的金属，熔沸点较低，有良好的延展性及导电、导热性

化学性质

- 与非金属单质
  - Cl_2 — $2Al+3Cl_2 \xlongequal{点燃} 2AlCl_3$
  - O_2
    - 常温 — 形成致密的氧化膜
    - 点燃
      - 原理 — $4Al+3O_2 \xlongequal{点燃} 2Al_2O_3$
      - 现象 — 铝箔熔化，且失去金属光泽，但熔化的铝并不滴落
- 与酸反应
  - 氧化性酸 — 遇冷的浓硫酸或浓硝酸钝化
  - 非氧化性酸 — $2Al+6H^+ = 2Al^{3+}+3H_2\uparrow$
- 与碱反应 — $2Al+2NaOH+2H_2O = 2NaAlO_2+3H_2\uparrow$
- 与盐反应 — 置换出不活泼的金属单质$2Al+3Cu^{2+} = 2Al^{3+}+3Cu$
- 与金属氧化物反应 — 铝热反应$2Al+Fe_2O_3 \xlongequal{高温} Al_2O_3+2Fe$



制备

电解熔融氧化铝$2Al_2O_3 \xrightarrow[Na_3AlF_6]{通电} 4Al+3O_2\uparrow$

氧化铝与氢氧化铝

Al_2O_3

- 类别 — 两性氧化物
- 物理性质 — 高熔点，高沸点，高硬度，不溶于水的白色固体

- 化学性质
  - 与强酸反应$Al_2O_3+6H^+ = 2Al^{3+}+3H_2O$
  - 与强碱反应$Al_2O_3+2OH^- = 2AlO_2^-+H_2O$
- 用途 — 炼铝原料、制作耐火材料

$Al(OH)_3$

- 类别 — 两性氢氧化物
- 物理性质 — 不溶于水的白色胶状固体，具有吸附性
- 化学性质
  - 两性
    - $Al(OH)_3+3H^+ = Al^{3+}+3H_2O$
    - $Al(OH)_3+OH^- = AlO_2^-+2H_2O$
  - 不稳定性$2Al(OH)_3 \xlongequal{\triangle} Al_2O_3+3H_2O$
- 用途 — 可用作吸附剂净水剂；治疗胃酸；可作为制造瓷釉、耐火材料、防水织物的原料

13 Al
铝
Aluminium
26.98

铝的相关计算

铝与盐酸、氢氧化物的计算

反应实质

Al与酸、碱反应的实质都是：$\overset{0}{Al} \xrightarrow{失去3e^-} \overset{+3}{Al}$，$2H^+ \xrightarrow{得到2e^-} H_2$

量的关系

等量Al分别与足量酸(H^+)和碱(OH^-)溶液反应，生成H_2之比为1:1，消耗H^+和OH^-之比为3:1

足量Al分别与所含H^+和OH^-物质的量相等的溶液反应，生成H_2之比为1:3

若产生H_2之比为$\frac{1}{3}<\frac{V_{H^+}(H_2)}{V_{OH^-}(H_2)}<1$，则必定与酸反应时，Al过量、$H^+$不足，而与碱反应时，Al不足、$OH^-$过量

铝离子与强碱的反应

求$Al(OH)_3$沉淀的量

当$n(OH^-) \le 3n(Al^{3+})$，$n[Al(OH)_3]=\frac{1}{3}n(OH^-)$

当$n(OH^-) \ge 4n(Al^{3+})$，$n[Al(OH)_3]=0$，无沉淀

当$3n(Al^{3+})<n(OH^-)<4n(Al^{3+})$时，$n[Al(OH)_3]=4n(Al^{3+})-n(OH^-)$

求反应物碱的量

若碱不足(Al^{3+}未完全沉淀)：$n(OH^-)=3n[Al(OH)_3]$

若碱使生成的$Al(OH)_3$部分溶解：$n(OH^-)=4n(Al^{3+})-n[Al(OH)_3]$

拓展图象

向$AlCl_3$溶液中逐滴加入氨水或$NaAlO_2$溶液至过量，图象如图1所示

向$NaAlO_2$溶液中逐滴加入$AlCl_3$溶液或通入CO_2至过量，图象如图2所示

向$MgCl_2$、$AlCl_3$和盐酸的混合溶液(即将Mg、Al溶于过量盐酸所得的溶液)中逐滴滴入NaOH溶液至过量，图象如图3所示

向$MgCl_2$、$AlCl_3$混合溶液中先加入NaOH溶液，后加入盐酸(NaOH与盐酸的物质的量浓度相等)，沉淀图象如图4所示

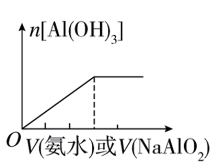


图1

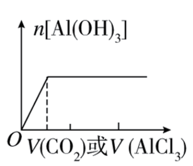


图2

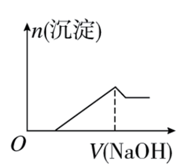


图3

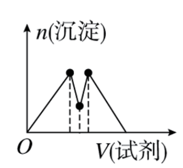
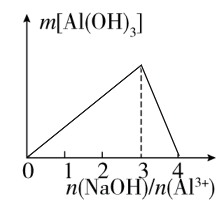
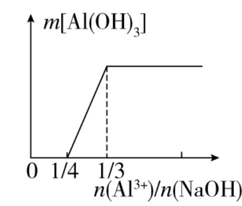


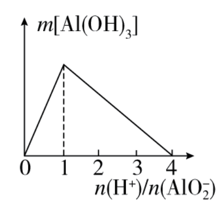
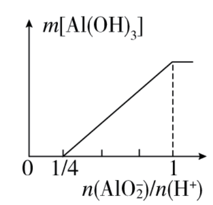
图4

铝单质

可溶性铝盐溶液与NaOH溶液反应的图象

	可溶性铝盐溶液中逐滴加入NaOH溶液至过量	NaOH溶液中逐滴加入可溶性铝盐溶液至过量
现象	立即产生白色沉淀→渐多→最多→渐少→消失	无沉淀(有但即溶)→出现沉淀→渐多→最多→沉淀不消失
图像		
离子方程式	$Al^{3+}+3OH^-=Al(OH)_3\downarrow$ $Al(OH)_3+OH^-=AlO_2^-+2H_2O$	$Al^{3+}+4OH^-=AlO_2^-+2H_2O$ $Al^{3+}+3AlO_2^-+6H_2O=4Al(OH)_3\downarrow$

偏铝酸盐溶液与盐酸反应的图像

	偏铝酸盐溶液中逐滴加稀盐酸至过量	稀盐酸中逐滴加偏铝酸盐溶液至过量
现象	立即产生白色沉淀→渐多→最多→渐少→消失	无沉淀(有但即溶)→出现沉淀→渐多→最多→沉淀不消失
图像		
离子方程式	$AlO_2^-+H^++H_2O=Al(OH)_3\downarrow$ $Al(OH)_3+3H^+=Al^{3+}+3H_2O$	$AlO_2^-+4H^+=Al^{3+}+2H_2O$ $Al^{3+}+3AlO_2^-+6H_2O=4Al(OH)_3\downarrow$

有关镁铝合金的定量计算

有关镁铝合金的定量计算

	向含Mg^{2+}与Al^{3+}的混合溶液中逐滴加入强碱溶液	向含Mg^{2+}与Al^{3+}的酸性溶液中逐滴加入强碱溶液
现象	出现沉淀→渐多→最多→减少→不变	无明显现象→出现沉淀→渐多→最多→减少→不变
图像