2019-2020学年河南省郑州一中高一（上）10月月考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，满分60分，在每小题给出的四个选项中只有一项是符合题目要求的

1．C；2．B；3．C；4．C；5．B；6．C；7．B；8．D；9．A；10．D；11．A；12．A；

二、填空题：本大题共4小题，每小题5分满分20分．

13．$\left[\frac{1}{2},+\infty\right)$ 14．$\{x|1\leq x\leq 2\text{或}x\leq 0\}$

15．$\{a|a>2\text{或}a<-1\}$ 16．$(-2,2]$

三、解答题本大题共6题，满分70分．解答需写出文字说明、证明过程和演算步骤

17．解：(1)原式$=(0.3^4)^{\frac{1}{4}}-3^{-1}\times\left[\frac{1}{3}+\left(\frac{27}{8}\right)^{-\frac{1}{3}}\right]^{-\frac{1}{2}}$

$=\frac{3}{10}-\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{3}+\frac{2}{3}\right)$

$=-\frac{1}{30}$．

(2)：原式$=\frac{a^{\frac{1}{3}}(a-8b)}{4b^{\frac{2}{3}}+2\sqrt[3]{ab}+a^{\frac{2}{3}}}\div\frac{a^{\frac{1}{3}}-2b^{\frac{1}{3}}}{a^{\frac{1}{3}}}\times a^{\frac{1}{3}}$

$=\frac{a^{\frac{1}{3}}(a-8b)}{4b^{\frac{2}{3}}+2\sqrt[3]{ab}+a^{\frac{2}{3}}}\times\frac{a^{\frac{1}{3}}}{a^{\frac{1}{3}}-2b^{\frac{1}{3}}}\times a^{\frac{1}{3}}$

$=a$

18.解：⑴ 集合 $A=\{x|6-x-x^2>0\}=\{x|-3<x<2\}$

集合 $B=\left\{x\left|\dfrac{2x-1}{x+3}>1\right.\right\}=\left\{x\left|\dfrac{x-4}{x+3}>0\right.\right\}=\{x|x>4或x<-3\}$

⑵ $A\cap B=\{x|-3<x<2\}\cap\{x|x>4或x<-3\}=\varnothing$

$(\complement_U A)\cup B=\{x|x\geq 2或x\leq -3\}\cup\{x|x>4或x<-3\}=\{x|x\geq 2或x\leq -3\}$.

19．解：$f(x)=ax^2-2x+1$ 的对称轴为 $x=\dfrac{1}{a}$，

$\because \dfrac{1}{3}\leq a\leq 1$，$\therefore 1\leq\dfrac{1}{a}\leq 3$，

$\therefore$ $f(x)$ 在 $[1,3]$ 上的最小值 $f(x)_{min}=N(a)=f\left(\dfrac{1}{a}\right)=1-\dfrac{1}{a}$.

$\because$ $f(x)=ax^2-2x+1$ 在区间 $[1,3]$ 上的最大值为 $M(a)$，最小值为 $N(a)$，

$\therefore$ ①当 $1\leq\dfrac{1}{a}\leq 2$，即 $\dfrac{1}{2}\leq a\leq 1$ 时，

$M(a)=f(3)=9a-5$，$N(a)=f\left(\dfrac{1}{a}\right)=1-\dfrac{1}{a}$，

$g(a)=M(a)-N(a)=9a+\dfrac{1}{a}-6$，

②当 $2<\dfrac{1}{a}\leq 3$ 时．即 $\dfrac{1}{3}\leq a<\dfrac{1}{2}$ 时，

$M(a)=f(1)=a-1$，$N(a)=f\left(\dfrac{1}{a}\right)=1-\dfrac{1}{a}$

$g(a)=M(a)-N(a)=a+\dfrac{1}{a}-2$

$$\therefore g(a)=\begin{cases}9a+\dfrac{1}{a}-6, & \dfrac{1}{2}\leq a\leq 1\\ a+\dfrac{1}{a}-2, & \dfrac{1}{3}\leq a<\dfrac{1}{2}\end{cases}.$$

⑵ 由 ⑴ 可知当 $\frac{1}{2}\le a\le 1$ 时，$g(a)=M(a)-N(a)=9a+\frac{1}{a}-6\ge 0$

当且仅当 $a=\frac{1}{3}$ 时取等号，所以它在 $\left[\frac{1}{2},1\right]$ 上单调递增；

当 $\frac{1}{3}\le a<\frac{1}{2}$ 时，$g(a)=M(a)-N(a)=a+\frac{1}{a}-2\ge 0$，

当且仅当 $a=1$ 时取等号，所以 $g(a)$ 在 $[\frac{1}{3},\frac{1}{2})$ 单调递减.

$\therefore$ $g(a)$ 的最小值为 $g\left(\frac{1}{2}\right)=9\times\frac{1}{2}+2-6=\frac{1}{2}$.

20. 解：$(I)\because$ 函数 $f(x)$ 是定义在 R 上的偶函数

$\therefore f(-1)=f(1)$

又 $x\ge 0$ 时，$f(x)=\left(\frac{1}{2}\right)^x$

$\therefore f(1)=\frac{1}{2}$，即 $f(-1)=\frac{1}{2}$.

(II) 由函数 $f(x)$ 是定义在 R 上的偶函数,

可得函数 $f(x)$ 的值域 A 即为

$x\ge 0$ 时，$f(x)$ 的取值范围,

当 $x\ge 0$ 时，$0<\left(\frac{1}{2}\right)^x\le 1$

故函数 $f(x)$ 的值域 $A=(0,1]$.

$(III)\because g(x)=\sqrt{-x^2+(a-1)x+a}$

定义域 $B=\{x|-x^2+(a-1)x+a\ge 0\}=\{x|x^2-(a-1)x-a\le 0\}$

方法一：由 $x^2-(a-1)x-a\le 0$ 得 $(x-a)(x+1)\le 0$

$\because A\subseteq B\therefore B=[-1,a]$，且 $a\geq 1$　　(13 分)

$\therefore$ 实数 a 的取值范围是 $\{a|a\geq 1\}$

方法二：设 $h(x)=x^2-(a-1)x-a$

$A\subseteq B$ 当且仅当 $\begin{cases}h(0)\leq 0\\ h(1)\leq 0\end{cases}$ 即 $\begin{cases}-a\leq 0\\ 1-(a-1)-a\leq 0\end{cases}$

$\therefore$ 实数 a 的取值范围是 $\{a|a\geq 1\}$

21. 解：(1) $\because f(x)$ 为 R 上的奇函数，$\therefore f(0)=0$，可得 $b=1$

又 $\because f(-1)=-f(1)$

$\therefore \dfrac{1-2^{-1}}{2^{-1}+a}=-\dfrac{1-2}{2+a}$，解之得 $a=1$

经检验当 $a=1$ 且 $b=1$ 时，$f(x)=\dfrac{1-2^x}{2^x+1}$，满足 $f(-x)=-f(x)$ 是奇函数.　　…(4 分)

(2) 由 (1) 得 $f(x)=\dfrac{1-2^x}{2^x+1}=-1+\dfrac{2}{2^x+1}$，

任取实数 x_1、x_2，且 $x_1<x_2$

则 $f(x_1)-f(x_2)=\dfrac{2}{2^{x_1}+1}-\dfrac{2}{2^{x_2}+1}=\dfrac{2(2^{x_2}-2^{x_1})}{(2^{x_1}+1)(2^{x_2}+1)}$

$\because x_1<x_2$，可得 $2^{x_1}<2^{x_2}$，且 $(2^{x_1}+1)(2^{x_2}+1)>0$

$\therefore f(x_1)-f(x_2)>0$，即 $f(x_1)>f(x_2)$，函数 $f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上为减函数；　　(8 分)

(3) 根据 (1) (2) 知，函数 $f(x)$ 是奇函数且在 $(-\infty,+\infty)$ 上为减函数.

$\therefore$ 不等式 $f(t^2-2t)+f(2t^2-k)<0$ 恒成立，即 $f(t^2-2t)<-f(2t^2-k)=f(-2t^2+k)$

也就是：$t^2-2t>-2t^2+k$ 对任意的 $t\in R$ 都成立.

变量分离，得 $k<3t^2-2t$ 对任意的 $t\in R$ 都成立，

$\because 3t^2-2t=3\left(t-\frac{1}{3}\right)^2-\frac{1}{3}$，当 $t=\frac{1}{3}$ 时有最小值为 $-\frac{1}{3}$

$\therefore k<-\frac{1}{3}$，即 k 的范围是 $\left(-\infty,-\frac{1}{3}\right)$. （12 分）

22. 解：$\because f(x)=2^x-\frac{1}{2^{|x|}}=\begin{cases}2^x-\frac{1}{2^x}, x\geq 0\\ 0, x<0\end{cases}$，

(1) 由 $f(x)=\frac{15}{4}$ 可得 $2^x-\frac{1}{2^x}=\frac{15}{4}$；

$\therefore 2^x=4$ 即 $x=2$，

(2) $\because t\in[1,2]$，$2^t f(2t)+mf(t)\geq 0$ 恒成立,

即 $2^t\left(2^{2t}-\frac{1}{2^{2t}}\right)+m\left(2^t-\frac{1}{2^t}\right)\geq 0$ 恒成立,

$\because 2^t-\frac{1}{2^t}>0$，

$\therefore (2^t)^2+1+m\geq 0$ 在 $[1,2]$ 上恒成立,

$\therefore -m-1\leq 2^{2t}$ 在 $t\in[1,2]$ 上恒成立,

$\therefore -m-1\leq 4$，

$\therefore m\geq -5$.