

## 2019—2020 学年下期期末考试评分参考

### 高中一年级数学

#### 一、选择题

1.D; 2.A; 3.A; 4.A; 5.C; 6.D; 7.A; 8.D; 9.A; 10.D; 11.B; 12.D.

#### 二、填空题

13.  $2\sqrt{3}$ ; 14.  $\frac{5\pi}{6}$ ; 15.  $\frac{31}{25}$  16.-10.

#### 三、解答题 (本大题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.)

17.解: (1)  $3\vec{a} + \vec{b} - 2\vec{c} = 3(3,2) + (-1,2) - 2(4,1)$

$$= (9,6) + (-1,2) - (8,2) = (0,6) \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

$$(2) \vec{a} + k\vec{c} = (3 + 4k, 2 + k), \quad 2\vec{b} - \vec{a} = (-5, 2)$$

$$\therefore (\vec{a} + k\vec{c}) // (2\vec{b} - \vec{a}), \quad \therefore 2 \times (3 + 4k) - (-5) \times (2 + k) = 0$$

$$\text{解之得: } k = -\frac{16}{13} \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

18.解: (1) 在抽取的 100 件产品中, 不合格的口罩有:  $4+16=20$  (件)

$$\text{所以口罩为不合格品的频率为 } \frac{20}{100} = \frac{1}{5},$$

根据频率可估计该公司所生产口罩的不合格率为  $\frac{1}{5}$ . .....2 分

(2) 平均测试分数为

$$\frac{55 \times 4 + 65 \times 16 + 75 \times 42 + 85 \times 24 + 95 \times 14}{100} = 77.8. \quad \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

(3) 由题意所抽取的 5 件口罩中不合格的 1 件, 合格的 4 件.

设 4 件合格口罩记为  $a, b, c, d$ , 1 件不合格口罩记为  $x$ .

若抽取的口罩中恰有 1 件不合格, 则共有  $ax, bx, cx, dx$ , 4 种情况. .....8 分

而从 5 件口罩中抽取 2 件, 共有  $ab, ac, ad, ax, bc, bd, bx, cd, cx, dx$ , 10 种情况. .....10

分

$$\text{所以 2 件口罩中至少有一件不合格品的概率为 } \frac{4}{10} = \frac{2}{5}.$$

$$\text{故 2 件口罩全是合格品的概率为 } 1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}. \quad \dots\dots\dots 12 \text{ 分}$$

19.解: (1) 由  $\tan \alpha = 2$ , 得  $\cos 2\alpha = \frac{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha} = \frac{1 - \tan^2 \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} = \frac{1 - 2}{1 + 2} = -\frac{1}{3}$ . .....4 分

(2) 由  $\alpha, \beta$  为锐角, 得  $\alpha + \beta \in (0, \pi)$ ,  $2\alpha \in (0, \pi)$ ,



又  $\cos(\alpha+\beta) = -\frac{\sqrt{3}}{3}$ ,  $\therefore \sin(\alpha+\beta) = \frac{\sqrt{6}}{3}$ ,  $\tan(\alpha+\beta) = -\sqrt{2}$ .....4分  
 由  $\tan \alpha = \sqrt{2}$ , 得  $\tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha} = -2\sqrt{2}$ . .....10分

则  $\tan(\beta - \alpha) = \tan(\alpha + \beta - 2\alpha) = \frac{\tan(\alpha+\beta) - \tan 2\alpha}{1 + \tan(\alpha+\beta) \tan 2\alpha} = \frac{\sqrt{2}}{5}$ . .....12分

20. (1)  $f(x) = \sqrt{3} \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) - 4 \cos^2 x = \sqrt{3} \left(\sin 2x \cos \frac{\pi}{3} + \cos 2x \sin \frac{\pi}{3}\right) - 4 \times \frac{1 + \cos 2x}{2}$   
 $= \frac{\sqrt{3}}{2} \sin 2x + \frac{3}{2} \cos 2x - 2 \cos 2x - 2 = \frac{\sqrt{3}}{2} \sin 2x - \frac{1}{2} \cos 2x - 2 = \sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) - 2$ . .....2分

分

$\therefore 2k\pi - \frac{\pi}{2} \leq 2x - \frac{\pi}{6} \leq 2k\pi + \frac{\pi}{2}$  得,  $k\pi - \frac{\pi}{6} \leq x \leq k\pi + \frac{\pi}{3}$

$\therefore x \in \left[\frac{\pi}{12}, \frac{\pi}{2}\right]$ ,  $f(x)$  的单调递增区间为  $\left[\frac{\pi}{12}, \frac{\pi}{3}\right]$ . .....5分

(2)  $\therefore \frac{\pi}{12} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ , 可得  $0 \leq 2x - \frac{\pi}{6} \leq \frac{5\pi}{6}$

$\therefore 0 \leq \sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) \leq 1$ . .....8分

当  $x = \frac{\pi}{3}$  时, 函数  $f(x)$  有最大值-1; .....10分

当  $x = \frac{\pi}{12}$  时, 函数  $f(x)$  有最小值 -2 .....12分

21.解: 设函数  $f(x)$  的最小正周期为 T, 则  $P\left(\frac{T}{4}, \sqrt{3}\right), Q\left(\frac{3T}{4}, -\sqrt{3}\right)$  .....2分

因为四边形  $OQRP$  为矩形, 得  $OP \perp OQ$ , 所以  $\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OQ} = 0$  ...4分

即  $\frac{3}{16}T^2 - 3 = 0$   $T = 4$ . .....8分

所以  $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$ . .....10分

所以  $f(x) = \sqrt{3} \sin \frac{\pi}{2} x$ . .....12分

22. 解: (1)  $\bar{x} = \frac{140+150+160+170+180}{5} = 160$ ,  $\bar{y} = \frac{64+55+45+35+26}{5} = 45$ , .....2分

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^5 (x_i - \bar{x})^2 &= (140 - 160)^2 + (150 - 160)^2 + (160 - 160)^2 + (170 - 160)^2 + (180 - \\ &160)^2 = 1000. \sum_{i=1}^5 (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = -20 \times 19 + 0 \times 0 - 10 \times 10 - 20 \times 19 = \\ &-960. \end{aligned}$$

$$\therefore b = \frac{\sum_{i=1}^5 (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^5 (x_i - \bar{x})^2} = \frac{-960}{1000} = -0.96, \text{ .....4分}$$

$$\therefore a = \bar{y} - b\bar{x} = 45 + 0.96 \times 160 = 198.6,$$

$\therefore y$ 关于  $x$  的回归方程为  $\hat{y} = -0.96x + 198.6$ . .....6分

(2)①由(1)知, 当  $x = 165$  时,  $\hat{y} = -0.96 \times 165 + 198.6 = 40.2 \approx 40$ ,

答: 每台红外线治疗仪的价格为 165 元时, 红外线治疗仪的月销量为 40 台. ....8分

②药店每月获得纯利  $Q(x) = (-0.96x + 198.6)(x - 120) = -0.96x^2 + 313.8x - 23832$ .

所以当  $x = \frac{313.8}{2 \times 0.96} \approx 163$  时,  $Q(x)$  取得最大值.

答: 药店为使每月获得最大的纯收益, 每台该种红外线治疗仪的销售价格应定为 163 元. ....12分