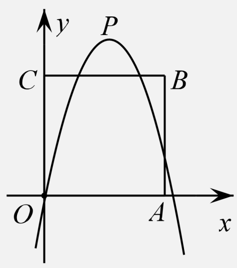
2019 年浙江金华中考数学试卷

（**金华第 23 题**）如图，在平面直角坐标系中，正方形 $OABC$ 的边长为 4，边 OA，OC 分别在 x 轴，y 轴的正半轴上，把正方形 $OABC$ 的内部及边上，横纵坐标均为整数的点称为好点．点 P 为抛物线 $y=-(x-m)^2+m+2$ 的顶点．

（1）当 $m=0$ 时，求该抛物线下方（包括边界）的好点个数．

（2）当 $m=3$ 时，求该抛物线上的好点坐标．

（3）若点 P 在正方形 $OABC$ 内部，该抛物线下方（包括边界）恰好存在 8 个好点，求 m 得取值范围．



【解析】（1）当 $m=0$ 时，二次函数的表达式为 $y=-x^2+2$

画出函数图象（图 1）

$\because$ 当 $x=0$ 时，$y=2$；当 $x=1$ 时，$y=1$，

$\therefore$ 抛物线经过点 $(0，2)$ 和 $(1，1)$．

$\therefore$ 好点有：$(0，0)$，$(0，1)$，$(0，2)$，$(1，0)$ 和 $(1，1)$ 共 5 个．

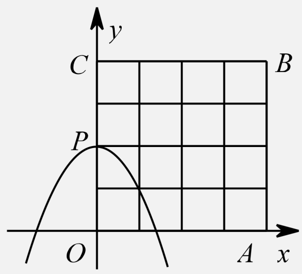


图 1

（2）当 $m=3$ 时，二次函数的表达式 $y=-(x-3)^2+5$

画出函数图象（图 2）

$\because$ 当 $x=1$ 时，$y=1$；当 $x=2$ 时，$y=4$；当 $x=4$ 时，$y=4$

$\therefore$ 抛物线上存在好点，坐标分别是 $(1，1)$，$(2，4)$，$(4，4)$

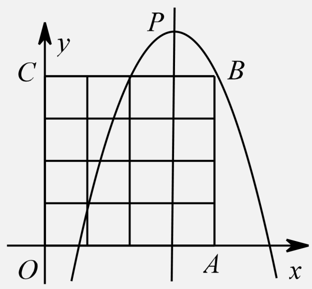


图 2

（3）∵抛物线顶点 P 的坐标为 $(m, m+2)$

∴点 P 在直线 $y=x+2$ 上

由于点 P 在正方形内部，则 $0<m<2$

如图 3，点 $E(2, 1)$，点 $F(2, 2)$

∴当顶点 P 在正方形 $OABC$ 内，且好点恰好存在 8 个时，抛物线与线段 EF 有交点（点 F 除外）

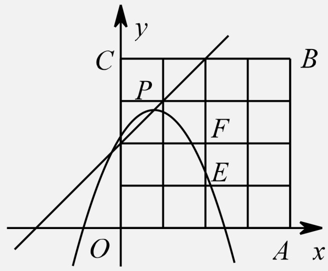


图 3

当抛物线经过点 $E(2, 1)$ 时，代入可得：$-(2-m)^2+m+2=1$

解得：$m_1=\dfrac{5-\sqrt{13}}{2}$，$m_2=\dfrac{5+\sqrt{13}}{2}$（舍去）

当抛物线经过点 $F(2, 2)$ 时，代入可得：$-(2-m)^2+m+2=2$

解得：$m_3=1$，$m_4=4$（舍去）

∴当 $\dfrac{5-\sqrt{13}}{2}\le m<1$ 时，顶点 P 在正方形 $OABC$ 内，恰好存在 8 个好点.

（**金华第 24 题**）如图，在等腰 $Rt\triangle ABC$ 中，$\angle ACB=90°$，$AB=14\sqrt{2}$，点 D，E 分别在边 AB，BC 上，将线段 ED 绕点 E 按逆时针方向旋转 $90°$ 得到 EF.

（1）如图 1，若 $AD=BD$，点 E 与点 C 重合，AF 与 DC 相交于点 O. 求证：$BD=2DO$

（2）已知点 G 为 AF 的中点.

①如图 2，若 $AD=BD$，$CE=2$，求 DG 的长.

②若 $AD=6BD$，是否存在点 E，使得 $\triangle DEG$ 是直角三角形？若存在，求 CE 的长；若不存在，试说明理由.

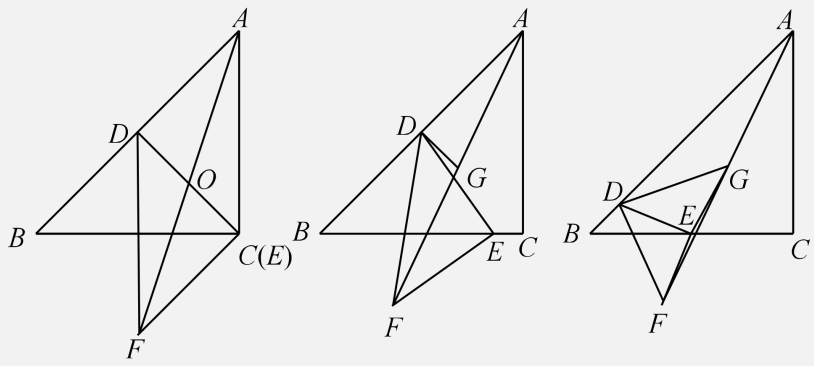


图 1　　　　图 2　　　　图 3

【解析】（1）由旋转性质可得：$CD=CF$，$\angle DCF=90°$

$\because \triangle ABC$是等腰直角三角形，$AD=BD$

$\therefore \angle DCF=\angle ADC$

在$\triangle ADO$和$\triangle FCO$中，

$$\begin{cases}\angle AOD=\angle FOC\\ \angle ADO=\angle FCO\\ AD=FC\end{cases}$$

$\therefore \triangle ADO\cong\triangle FCO(\text{AAS})$

$\therefore DO=CO$

$\therefore BD=CD=2DO$

（2）①如图，分别过点 D，F 作 $DN\perp BC$ 于点 N，$FM\perp BC$ 于点 M，连接 BF

$\therefore \angle DNE=\angle EMF=90°$

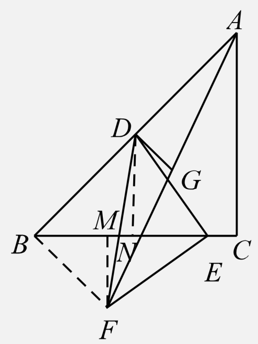
又$\because \angle NDE=\angle MEF$，$DE=EF$

$\therefore \triangle DNE\cong\triangle EMF$，$\therefore DN=EM$

又$\because BD=7\sqrt{2}$，$\angle ABC=45°$，

$\therefore DN=EM=7$

$\therefore BM=BC-ME-EC=5$



$\therefore MF=NE=NC-EC=5$

$\therefore BF=5\sqrt{2}$

$\because$ 点 D，G 分别是 AB，AF 的中点，

$\therefore DG=\dfrac{1}{2}BF=\dfrac{5\sqrt{2}}{2}$

②方法 1：过点 D 作 $DH\perp BC$ 于点 H

$\because AD=6BD$，$AB=14\sqrt{2}$,

$\therefore BD=2\sqrt{2}$

$i)$ 当 $\angle DEG=90°$时，有如图 2 和 3 两种情况，设 $CE=t$

$\because \angle DEF=90°$，$\angle DEG=90°$，

$\therefore$点E在线段AF上

$\therefore BH=DH=2$， $BE=14-t$， $HE=BE-BH=12-t$

$\because \triangle DHE \backsim \triangle ECA$

$\therefore \dfrac{DH}{EC}=\dfrac{HE}{CA}$，即$\dfrac{2}{t}=\dfrac{12-t}{14}$

解得 $t=6\pm 2\sqrt{2}$

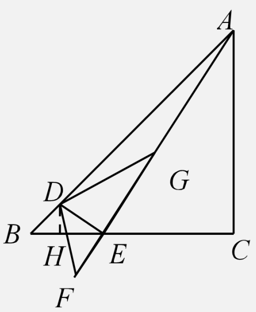


图 2

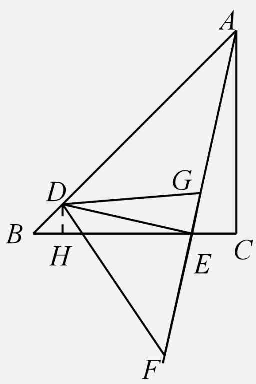


图 3

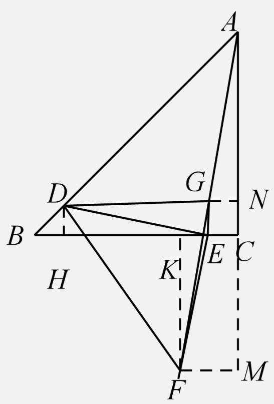


图 4

ii）当 $DG // BC$ 时，如图 4，过点 F 作 $FK \perp BC$ 于点 K，延长 DG 交 AC 于点 N，

延长 AC 并截取 $MN = NA$，连接 FM，则 $NC = DH = 2$，$MC = 10$，设 $GN = t$，则

$FM = 2t$，$BK = 14 - 2t$

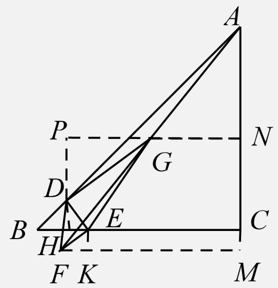
$\because \triangle DHE \cong \triangle EKF, \therefore KE = DH = 2, \therefore KF = HE = 14 - 2t$

$\because MC = FK, \therefore 14 - 2t = 10$，解得 $t = 2$

$\because GN = EC = 2, GN // EC$

$\therefore$ 四边形 $GECN$ 是矩形，$\therefore \angle EGN = 90°$

$\therefore$ 当 $EC = 2$ 时，有 $\angle DGE = 90°$



iii）当 $\angle EDG = 90°$ 时，如图 5，

过点 G，F 分别作 AC 的垂线，交射线 AC 于点 N，M，过点 E 作

$EK \perp FM$ 于点 K，过点 D 作 GN 的垂线，交 NG 的延长线于点 P，则

$PN = HC = BC - HB = 12$

设 $GN = t$，则 $FM = 2t, \therefore PG = PN - GN = 12 - t$

由 $\triangle DHE \cong \triangle EKF$ 可得，$FK = 2$，

$\therefore CE = KM = 2t - 2$

$\therefore HE = HC - CE = 12 - (2t - 2) = 14 - 2t$

$\therefore EK = HE = 14 - 2t,$
$AM = AC + CM = AC + EK = 14 + 14 - 2t = 28 - 2t$

$\therefore MN = \dfrac{1}{2} AM = 14 - t$，$NC = MN - CM = t$

$\therefore PD = t - 2$，

由 $\triangle GPD \backsim \triangle DHE$ 可得：$\dfrac{PG}{HD} = \dfrac{PD}{HE}$

即 $\dfrac{12-t}{2}=\dfrac{t-2}{14-2t}$

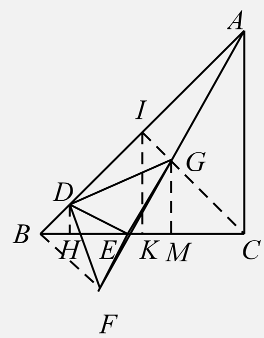
解得 $t_1=10-\sqrt{14}$，$t_2=10+\sqrt{14}$（舍去）

$\therefore CE=2t-2=18-2\sqrt{14}$

所以，CE 的长为 $6-2\sqrt{2}, 6+2\sqrt{2}, 2$ 或 $18-2\sqrt{14}$

方法 2：

取 AB 中点 I，连接 CI，由①可知 G 在 CI 上，过点 G，I，D 分别作 BC 垂线，垂足分别为 M，K，H，连接 BF



$\therefore DI=5\sqrt{2}, BD=2\sqrt{2}$，$HK=5$

设 $IG=a, \therefore KM=\dfrac{\sqrt{2}}{2}a$，$BF=2a$，$CG=7\sqrt{2}-a$

又 $\triangle BDF \backsim \triangle HDE$

$\therefore HE=\sqrt{2}a$

$\therefore EM=HK+KM-HE=5-\dfrac{\sqrt{2}}{2}a$

$\therefore CM=\dfrac{CG}{\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{2}\left(7\sqrt{2}-a\right)}{2}$

$\therefore EG^2=EM^2+MG^2=a^2-12\sqrt{2}a+74$

$DG^2=DI^2+IG^2=a^2+50$

$DE^2=DH^2+EH^2=2a^2+4$

i）当 $\angle DEG=90°$时， $DG^2=DE^2+EG^2$，解得： $a=3\sqrt{2}\pm 2$

ii)当 $\angle DGE=90°$时， $DE^2=DG^2+EG^2$，解得： $a=5\sqrt{2}$

iii）当 $\angle DGE=90°$时， $EG^2=DG^2+DE^2$

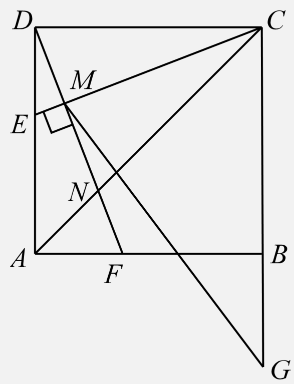
解得：$a=-3\sqrt{2}+2\sqrt{7}$ 或 $a=-3\sqrt{2}-2\sqrt{7}$（舍去）

$\because CE=12-\sqrt{2}a$

$\therefore CE$ 的长为 $6-2\sqrt{2}$，$6+2\sqrt{2}$，2或 $18-2\sqrt{14}$

2019年山东德州中考数学试卷

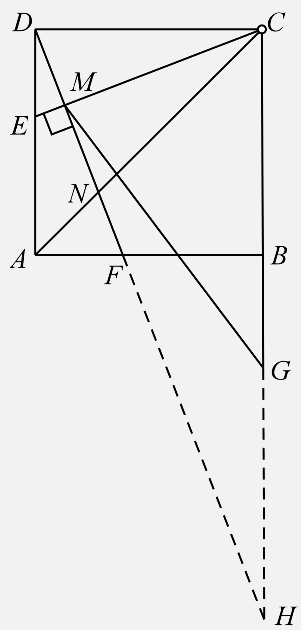
（德州第12题）如图，正方形 $ABCD$，点 F 在边 AB 上，且 $AF:FB=1:2$，$CE\perp DF$，垂足为 M，且交 AD 于点 E，AC 与 DF 交于点 N，延长 CB 至 G，使 $BG=\frac{1}{2}BC$，连接 GM.有如下结论：① $DE=AF$； ② $AN=\frac{\sqrt{2}}{4}AB$； ③ $\angle ADF=\angle GMF$； ④ $S_{\triangle ANF}:S_{四边形CNFB}=1:8$.上述结论中，所有正确的序号是（　　）



A. ①②　　　B. ①③　　　C. ①②③　　　D. ②③④

【解析】 ①$\triangle ADF\cong\triangle DCE$（$ASA$）

② $\triangle ANF\backsim\triangle CND$，$\frac{AN}{NC}=\frac{AF}{CD}=\frac{1}{3}$，$\frac{AN}{AC}=\frac{1}{4}$，$\frac{AN}{AB}=\frac{\sqrt{2}}{4}$



③证法1：延长 DF 交 CB 所在直线于点 H，则 $\triangle ADN\backsim\triangle CHN$，

$\therefore\frac{AD}{CH}=\frac{AN}{CN}=\frac{1}{3}$，且 $CG=\frac{3}{2}BC$

$\therefore CH=2CG$

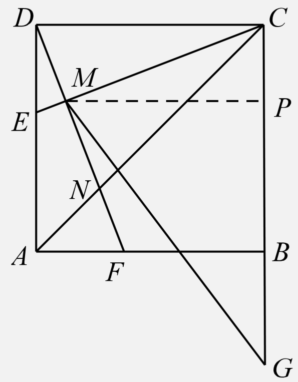
$\because\angle CMH=90°$

$\therefore CG=GH=MG$

$\therefore\angle ADF=\angle CHM=\angle GMF$

证法 2：

过 M 作 $MP\perp CB$



设 $CD=a$， $\therefore CM=\dfrac{3\sqrt{10}}{10}a$，

$\therefore CP=\dfrac{CM}{\sqrt{10}}=\dfrac{3}{10}a$，$MP=3CP=\dfrac{9}{10}a$

$\therefore MG=\sqrt{PG^2+MP^2}=\sqrt{\left(\dfrac{6}{5}a\right)^2+\left(\dfrac{9a}{10}\right)^2}=\dfrac{3a}{2}$

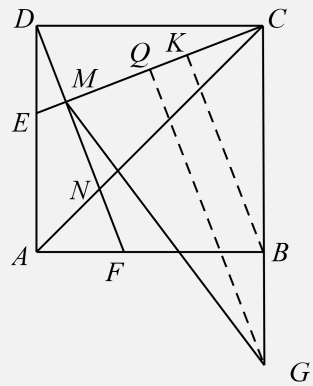
$\therefore GM=GC$

$\therefore \angle GMC=\angle GCM$

$\therefore \angle ADF=\angle GMF$

证法 3：

过 G 作 $GQ\perp CE$，过 B 作 $BK\perp CE$



$\therefore \dfrac{CK}{CM}=\dfrac{1}{3}$

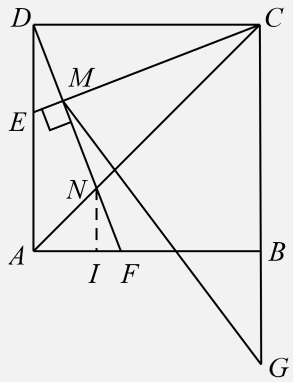
$\because \triangle CKB\backsim\triangle CQG$

$\therefore \dfrac{CB}{CG}=\dfrac{CK}{CQ}$

$\therefore CQ=\dfrac{3}{2}CK=\dfrac{1}{2}CM$

$\therefore GM=GC$，$\angle ADF=\angle GMF$

④过 N 作 $NI\perp AB$



$\therefore NI=\dfrac{1}{4}BC$，$AF=\dfrac{1}{3}AB$

$\therefore S_{\triangle ANF}:S_{四边形CNFB}=1:11$

（德州第 24 题）（1）如图 1，菱形 $AEGH$ 的顶点 E，H 在菱形 $ABCD$ 的边上，且 $\angle BAD = 60^\circ$，请直接写出 $HD:GC:EB$ 的结果（不必写出计算过程）；

（2）将图 1 中的菱形 $AEGH$ 绕点 A 旋转一定的角度，如图 2，求 $HD:GC:EB$；

（3）把图 2 中的菱形都换成矩形，如图 3，且 $AD:AB = AH:AE = 1:2$，此时 $HD:GC:EB$ 的结果与（2）小题的结果相比有什么变化吗？如果有变化，直接写出变化后的结果（不必写出计算过程）；若无变化，请说明理由.

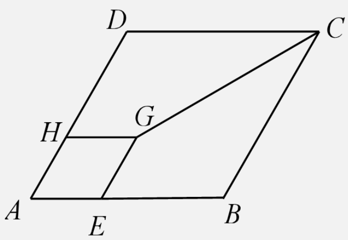


图 1

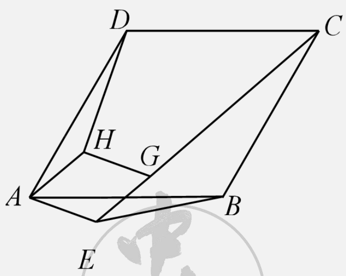


图 2

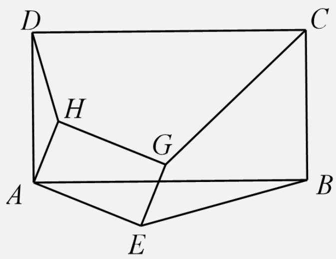


图 3

【解析】（1）$HD:GC:EB = 1:\sqrt{3}:1$

（2）如图所示，连接 AG，AC

$\therefore \angle DAH = \angle CAG = \angle BAE$

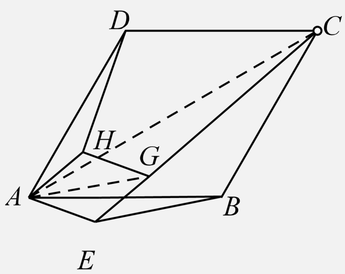
在菱形 $ABCD$ 和 $AEGH$ 中：$AH=AE$，$AD=AB$

$\therefore \triangle DAH \cong \triangle BAE(\mathrm{SAS})$

$\because \angle HAE = \angle DAB = 60^\circ$

$\therefore \dfrac{AG}{AH} = \dfrac{AC}{AD} = \sqrt{3}$

$\therefore \triangle AGC \backsim \triangle AHD$



$\therefore \dfrac{GC}{DH}=\sqrt{3}$

$\therefore HD:GC:EB=1:\sqrt{3}:1$

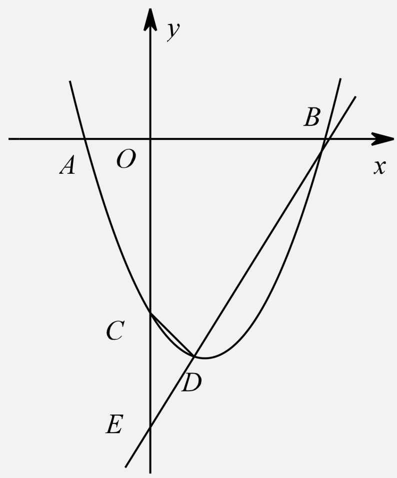
（3） $HD:GC:EB=1:\sqrt{5}:2$

（德州第 25 题）如图，抛物线 $y=mx^2-\dfrac{5}{2}mx-4$ 与 x 轴交于 $A(x_1，0)$，$B(x_2，0)$ 两点，与 y 轴交于点 C，且 $x_2-x_1=\dfrac{11}{2}$.

（1）求抛物线解析式；

（2）若 $P(x_1，y_1)$，$Q(x_2，y_2)$ 是抛物线上的两点，当 $a\le x_1\le a+2$，$x_2\ge\dfrac{9}{2}$ 时，均有 $y_1\le y_2$，求 a 的取值范围；

（3）抛物线上一点 $D(1，-5)$，直线 BD 与 y 轴交于点 E，动点 M 在线段 BD 上，当 $\angle BDC=\angle MCE$ 时，求点 M 的坐标.



【解析】（1）抛物线对称轴为：$x=-\dfrac{-\frac{5m}{2}}{2m}=\dfrac{5}{4}$

$\because x_2-x_1=\dfrac{11}{2}$

$\therefore x_1=-\dfrac{3}{2}$，$x_2=4$

将 $(4，0)$ 代入可得：$16m-10m-4=0$

解得：$m=\frac{2}{3}$

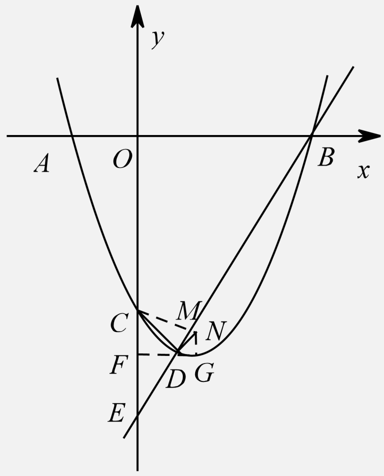
∴抛物线解析式为：$y=\frac{2}{3}x^2-\frac{5}{3}x-4$

（2）由二次函数对称性及增减性可知：当$-2\le x_1\le\frac{9}{2}$时，$y_1\le y_2$

∵ $a\le x_1\le a+2$

∴ $\begin{cases}a\ge -2\\ a+2\le\frac{9}{2}\end{cases}$

∴ $-2\le a\le\frac{5}{2}$



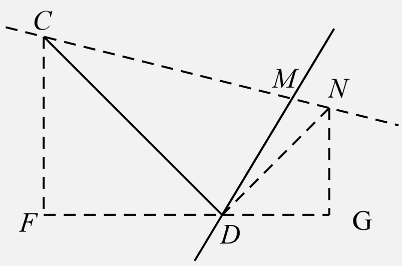
（3）如图，过 D 作 $DN\perp CD$ 交 CM 所在直线于点 N，过点 D 作 $DF\perp y$ 轴，过 N 作 $NG\perp FG$.

∴ $FD=CF=1$

∵ $\angle BDC=\angle MCE$

∴ $\angle MEC=\angle MCD$

∴ $\tan\angle MEC=\tan\angle MCD=\frac{3}{5}$



且$\triangle CFD\backsim\triangle DGN$

∴ $\frac{CD}{DN}=\frac{CF}{DG}=\frac{DF}{NG}=\frac{5}{3}$

∴ $DG=NG=\frac{3}{5}$

∴ $N\left(\frac{8}{5},-\frac{22}{5}\right)$

∴直线 CN 表达式为：$y=-\frac{1}{4}x-4$

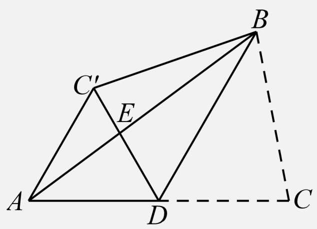
∵直线 BD 表达式为：$y=\frac{5}{3}x-\frac{20}{3}$

联立两直线表达式可得：$M\left(\frac{32}{23},-\frac{100}{23}\right)$

2019年重庆（A卷）中考数学试卷

（重庆第12题）如图，在△ABC中，D是AC边上的中点，连接BD，把△BDC沿BD翻折，得到△BDC'，DC'与AB交于点E，连接AC'，若$AD=AC'=2$，$BD=3$，则点D到BC'的距离为（　　）

A. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$　　B. $\frac{3\sqrt{21}}{7}$　　C. $\sqrt{7}$　　D. $\sqrt{13}$



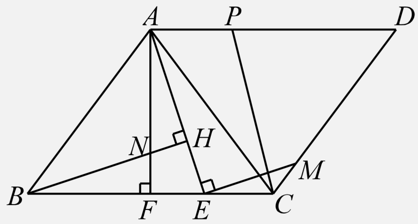
【解析】C.

把条件集中到△BDC'中，$C'D=2$，$BD=3$，$\angle BDC'=60°$，解三角形即可.

（重庆第25题）如图，在▱$ABCD$中，点E在边BC上，连接AE，$EM\perp AE$，垂足为E，交CD于点M，$AF\perp BC$，垂足为F，$BH\perp AE$，垂足为H，交AF于点N，点P是AD上一点，连接CP.

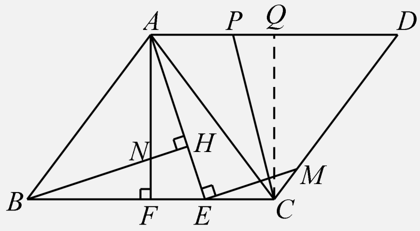
（1）若$DP=2AP=4$，$CP=\sqrt{17}$，$CD=5$，求△ACD的面积；

（2）若$AE=BN$，$AN=CE$，求证：$AD=\sqrt{2}CM+2CE$.



【解析】

（1）12



如下图：在$\triangle DCP$中解三角形可得：$CQ=4$ ，则

$S_{\triangle ACD}=\frac{1}{2}\cdot AD\cdot CQ=\frac{1}{2}\times 6\times 4=12$

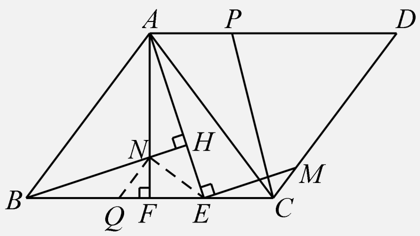
（2）法一：

如下图：连接 NE，过 N 作$NQ\perp NE$交 BC 于点 Q，

由已知条件可得：$\triangle BFN\cong\triangle AFE$，则$\triangle ABF$，$\triangle ENQ$是等腰直角三角形 ，$\angle BCD=135°$；

$\triangle ANE\cong\triangle ECM$，则$NE=CM$； $\triangle BQN\cong\triangle ANE$，则$BQ=AN=EC$；

所以$AD=BC=BQ+QE+EC=\sqrt{2}CM+2CE$.



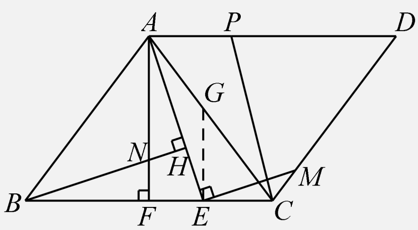
法二：

如图，过点 E 作$EG\perp BC$交 AC 于点 G，由已知条件可得：$\triangle BFN\cong\triangle AFE$，

$\therefore AF=BF$， $FN=FE$

$\therefore F$为BC的中点，

$\therefore \triangle ABC$， $\triangle ECG$为等腰直角三角形



由已知条件可得$\triangle AEG\cong\triangle MEC$

$\therefore AG=MC$， $EG=EC$

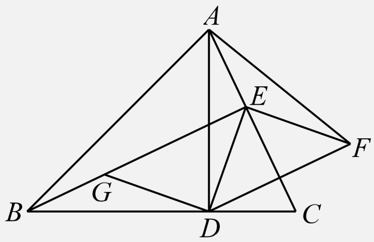
$\therefore AC=AG+GC=MC+\sqrt{2}CE$

$\therefore AD=\sqrt{2}AC=\sqrt{2}CM+2CE$

2019年重庆（B卷）中考数学试卷

（重庆第12题）如图，在$\triangle ABC$中，$\angle ABC=45^\circ$，$AB=3$，$AD\perp BC$于点D，$BE\perp AC$于点E，$AE=1$．连接DE，将$\triangle AED$沿直线AE翻折至$\triangle ABC$所在的平面内，得到$\triangle AEF$．连接DF，过点D作$DG\perp DE$交BE于点G．则四边形$DFEG$的周长为（　　）

A．8　　B．$4\sqrt{2}$　　C．$2\sqrt{2}+4$　　D．$3\sqrt{2}+2$



【解析】D.

可证：$\triangle DAE\cong\triangle DBG$，进一步推得$\triangle GDE$，$\triangle DEF$均为等腰直角三角形，四边形$DFEG$为平行四边形，再计算图中各线段长度.

（重庆第 25 题）在▱$ABCD$ 中，BE 平分 $\angle ABC$ 交 AD 于点 E.

（1）如图 1，若 $\angle D=30^\circ$， $AB=\sqrt{6}$ ，求△ABE 的面积；

（2）如图 2，过点 A 作 $AF\perp DC$ ，交 DC 的延长线于点 F，分别交 BE，BC 于点 G，H，且 $AB=AF$.

求证： $ED-AG=FC$.

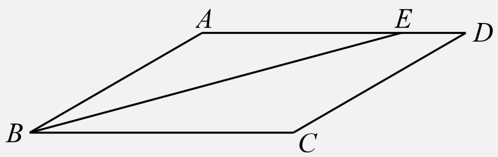


图 1

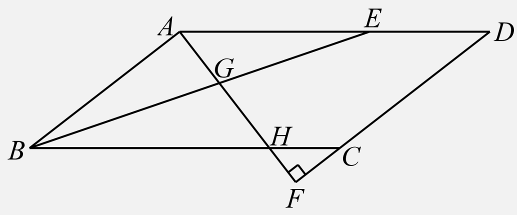
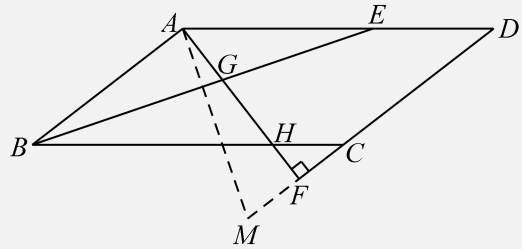


图 2

【解析】

（1） $\dfrac{3}{2}$

（2）提示：如图，过点 A 作 $AM\perp BE$ 交 DC 的延长线于点 M，则△BAG≌△AFM ，则 $AG=FM$ ，证明 $AD=DM$ ， $AB=AE=CD$ ，则 $DE=CM$ ，结论得证.



（重庆第 26 题） 在平面直角坐标系中，抛物线 $y=-\frac{\sqrt{3}}{4}x^2+\frac{\sqrt{3}}{2}x+2\sqrt{3}$ 与 x 轴交于 A，B 两点（点 A 在点 B 左侧），与 y 轴交于点 C，顶点为 D，对称轴与 x 轴交于点 Q.

（1）如图 1，连接 AC，BC．若点 P 为直线 BC 上方抛物线上一动点，过点 P 作 $PE \parallel y$ 轴交 BC 于点 E，作 $PF \perp BC$ 于点 F，过点 B 作 $BG \parallel AC$ 交于 y 轴于点 G．点 H、K 分别在对称轴和 y 轴上运动，连接 PH，HK．当△PEF 的周长最大时，求 $PH+HK+\frac{\sqrt{3}}{2}KG$ 的最小值及点 H 的坐标.

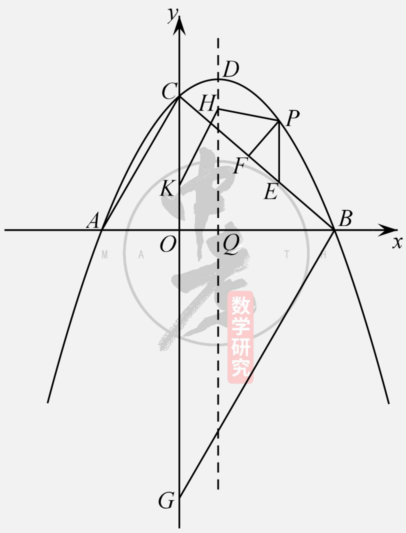


图 1

（2）如图 2，将抛物线沿射线 AC 方向平移，当抛物线经过原点 O 时停止平移，此时抛物线顶点记为 D'，N 为直线 DQ 上一点，连接点 D'，C，N，△$D'CN$ 能否构成等腰三角形？若能，直接写出满足条件的点 N 的坐标；若不能，请说明理由.

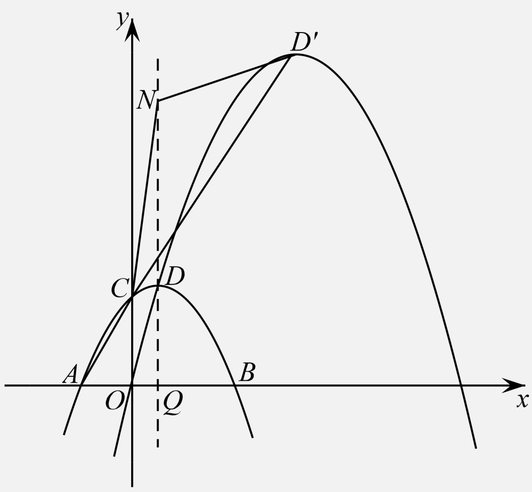
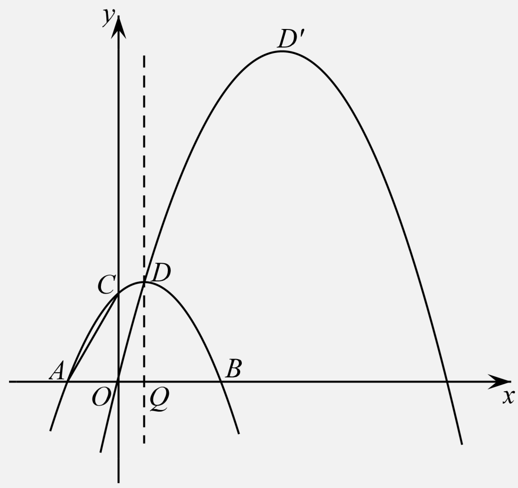


图 2



备用图

【解析】（1）由已知可得：$A(-2, 0)$，$B(4, 0)$，$C\left(0, 2\sqrt{3}\right)$

$l_{BC}: y=-\dfrac{\sqrt{3}}{2}x+2\sqrt{3}$

由$\triangle PEF\backsim\triangle BCO$，可得$\dfrac{PE}{BC}=\dfrac{EF}{CO}=\dfrac{PF}{BO}$，故$C_{\triangle PEF}=\dfrac{2+\sqrt{3}+\sqrt{7}}{\sqrt{7}}PE$

设$P\left(m-\dfrac{\sqrt{3}}{4}m^2+\dfrac{\sqrt{3}}{2}m+2\sqrt{3}\right)$，$E\left(m, -\dfrac{\sqrt{3}}{2}m+2\sqrt{3}\right)$

$\therefore PE=-\dfrac{\sqrt{3}}{4}m^2+\sqrt{3}m$

$\therefore C_{\triangle PEF}=\dfrac{2+\sqrt{3}+\sqrt{7}}{\sqrt{7}}PE=\dfrac{2+\sqrt{3}+\sqrt{7}}{\sqrt{7}}\left(-\dfrac{\sqrt{3}}{4}m^2+\sqrt{3}m\right)$

$\therefore$当$m=2$时，$\triangle PEF$的周长最大，此时$P\left(2, 2\sqrt{3}\right)$，$G\left(0, -4\sqrt{3}\right)$

要求$\left(PH+HK+\dfrac{\sqrt{3}}{2}KG\right)_{\min}$，过点$G$作直线$GM$，使$\sin\angle OGM=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，$KM\perp GM$于点$M$，

则$\left(PH+HK+\dfrac{\sqrt{3}}{2}KG\right)_{\min}=(PH+HK+KM)_{\min}$，过点$P$作$PR\perp CM$，垂足为R，则

$(PH+HK+KM)_{\min}=PR$

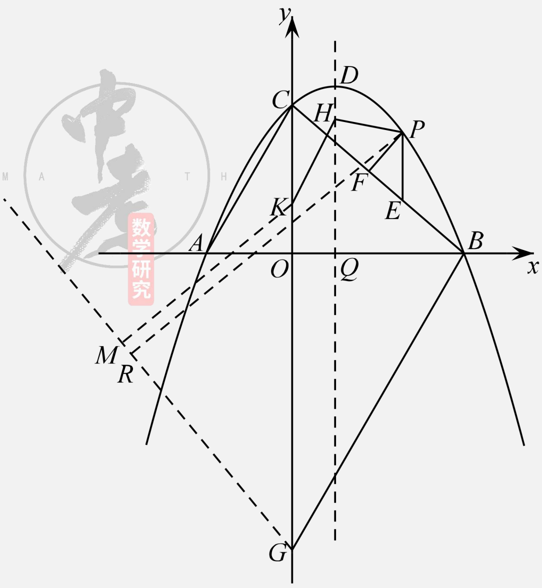
$l_{GM}: y=-\frac{\sqrt{3}}{3}x-4\sqrt{3}$，则 $l_{PR}: y=\sqrt{3}x$，交点坐标 $R\left(-3，-3\sqrt{3}\right)$，此时 $PR=10$，

则 $\left(PH+HK+\frac{\sqrt{3}}{2}KG\right)_{\min}=\left(PH+HK+KM\right)_{\min}=10$，$H\left(1，\sqrt{3}\right)$.

（2）由已知得：$D'\left(5，\frac{25\sqrt{3}}{4}\right)$，两定一动的等腰三角形存在性，考虑两圆一线即可

$N_1\left(1，\frac{641\sqrt{3}}{136}\right)$，$N_2\left(1，2\sqrt{3}+\frac{3\sqrt{139}}{4}\right)$，$N_3\left(1，2\sqrt{3}-\frac{3\sqrt{139}}{4}\right)$，

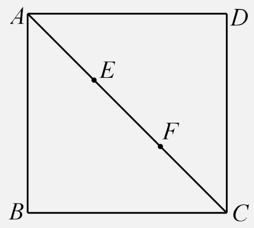
$N_4\left(1，\frac{25\sqrt{3}+\sqrt{1011}}{4}\right)$，$N_5\left(1，\frac{25\sqrt{3}-\sqrt{1011}}{4}\right)$



2019 安徽中考数学试卷

（安徽第 10 题）如图，在正方形 $ABCD$ 中，点 E，F 将对角线 AC 三等分，且 $AC=12$，点 P 在正方形的边上，且满足 $PE+PF=9$ 的点 P 的个数是（　　）

A．0　　B．4　　C．6　　D．8



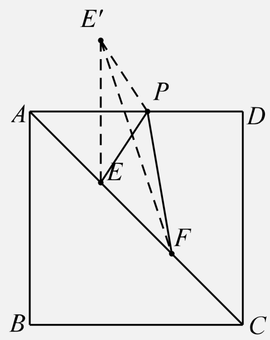
【解析】如图，当 P 在 AD 上时，作 E 关于 AD 的对称点 E' 连接 PE、PE'、PF

$\therefore PE+PF=PE'+PF\geq E'F$

当 E'、P、F 三点共线时取得最小值

可求得 $E'F=\sqrt{80}<\sqrt{81}=9$，所以 AD 上存在两个符合条件的 P 点，

$\therefore$正方形边上共有 8 个符合条件的 P 点



（安徽第 22 题）一次函数 $y=kx+4$ 与二次函数 $y=ax^2+c$ 的图象的一个交点坐标为 $(1,2)$，另一个交点是该二次函数图象的顶点．

（1）求 k，a，c 的值；

（2）过点 $A(0,m)$ $(0<m<4)$ 且垂直于 y 轴的直线与二次函数 $y=ax^2+c$ 的图象交于 B，C 两点，点 O 为坐标原点，记 $W=OA^2+BC^2$，求 W 关于 m 的函数解析式，并求 W 的最小值．

【解析】（1）$k=-2$，$a=-2$，$c=4$

（2）将 $y=m$ 代入二次函数表达式可求得：$BC=\sqrt{8-2m}$

$\therefore W=OA^2+BC^2=m^2+8-2m=(m-1)^2+7$

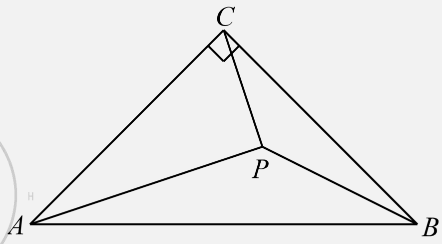
$\therefore$ 当 $m=1$ 时取得最小值 7

（安徽第 23 题） 如图，在 Rt$\triangle ABC$ 中，$\angle ACB=90°$，$AC=BC$，P 为 $\triangle ABC$ 内部一点，且 $\angle APB=\angle BPC=135°$.

（1）求证：$\triangle PAB\backsim\triangle PBC$；

（2）求证：$PA=2PC$；

（3）若点 P 到三角形的边 AB，BC，CA 的距离分别为 h_1，h_2，h_3，求证：$h_1^2=h_2\cdot h_3$.



【解析】（1）证明：$\because \angle APB=\angle BPC=135°$

$\therefore \angle PAB+\angle PBA=45°$

又 $\angle PBA+\angle PBC=45°$

$\therefore \angle PAB=\angle PBC$

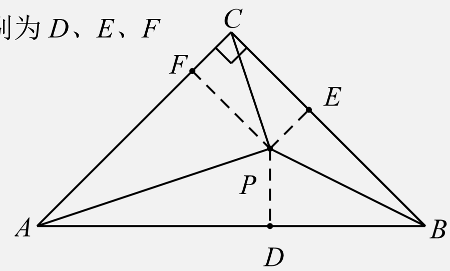
$\therefore \triangle PAB\backsim\triangle PBC$

（2）由（1）可得：$\dfrac{PA}{PB}=\dfrac{PB}{PC}=\sqrt{2}$

$\therefore PA=\sqrt{2}PB=\sqrt{2}\times\sqrt{2}PC=2PC$

（3）如图，过点 P 分别作 AB、BC、AC 的垂线，垂足分别为 D、E、F

$\therefore DP=h_1$，$EP=h_2$，$FP=h_3$



由（1）可知：$\frac{h_1}{h_2}=\sqrt{2}$

$\because \angle PAF+\angle PAB=45^\circ$

$\angle PAB+\angle PBA=45^\circ$

$\therefore \angle PAF=\angle PBD$

$\therefore \triangle PAF\backsim\triangle PBD$

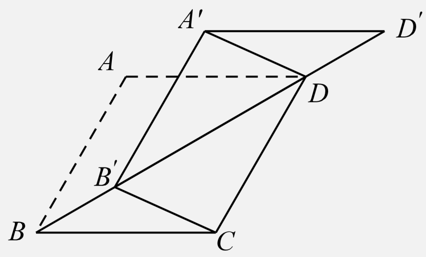
$\therefore \frac{h_3}{h_1}=\frac{PF}{PD}=\frac{PA}{PB}=\sqrt{2}$

$\therefore \frac{h_1}{h_2}=\frac{h_3}{h_1}$

$\therefore h_1^2=h_2\cdot h_3$

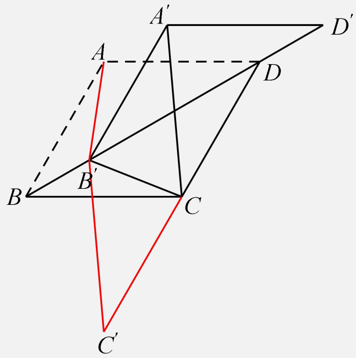
2019 成都中考数学试卷

（**2019 成都第 24 题**）如图，在边长为 1 的菱形 $ABCD$ 中，$\angle ABC=60°$，将$\triangle ABD$沿射线 BD 的方向平移得到$\triangle A'B'D'$，分别连接 $A'C$，$A'D$，$B'C$．则 $A'C+B'C$ 的最小值为____________.



【解析】

法一： 连接 $A'C$ 将 $A'C$ 沿射线 $A'B'$ 方向平移使 A'与B'重合，此时 C 平移至点 C' 处，连接 CC'.



$\therefore A'C+B'C=B'C'+B'C=B'C'+AB'$

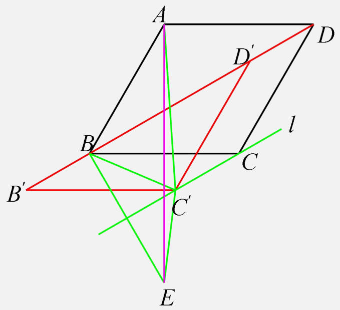
当 A、B'、C' 三点共线时取得最小值 AC'

$\because AD=1，DC'=2，\angle ADC'=60°$

$\therefore AC'=\sqrt{3}$

$\therefore A'C+B'C$ 的最小值为 $\sqrt{3}$.

法二：



$\triangle ABD$ 沿 BD 方向平移等价于$\triangle BCD$ 沿 DB 方向平移，如图所示，则只需考虑 $AC'+BC'$ 的最小值，由平移可知 C 点轨迹为一条过点 C 且平行于 BD 的直线 l，作 B 关于 l 的对称点 E，则

$AC'+BC'=AC'+EC'$，当 A、C'、E 三点共线时取得最小值 $\sqrt{3}$.

（2019 成都第 27 题）如图 1，在△ABC 中，$AB=AC=20$，$\tan B=\frac{3}{4}$，点 D 为 BC 边上的动点（点 D 不与点 B，C 重合）．以 D 为顶点作 $\angle ADE=\angle B$，射线 DE 交 AC 边于点 E，过点 A 作 $AF\perp AD$ 交射线 DE 于点 F．连接 CF．

（1）求证：△ABD∽△DCE；

（2）当 DE∥AB 时（如图 2），求 AE 的长；

（3）点 D 在 BC 边上运动的过程中，是否存在某个位置，使得 $DF=CF$？若存在，求出此时 BD 的长；若不存在，请说明理由．

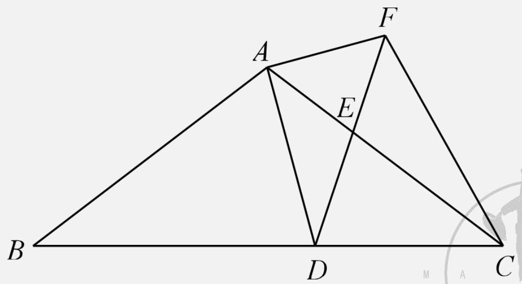


图 1

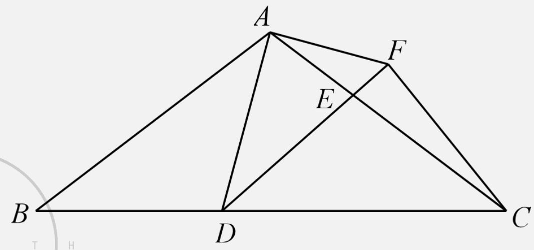


图 2

【解析】

（1）$\because AB=AC$

$\therefore \angle B=\angle ACB$

$\because \angle B+\angle BAD=\angle ADE+\angle CDE$，$\angle B=\angle ADE$

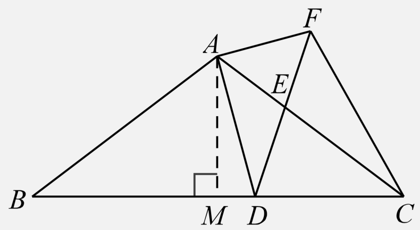
$\therefore \angle BAD=\angle CDE$

$\therefore$ △ABD∽△DCE

（2）过 A 作 $AM\perp BC$ 于点 M

在 Rt△ABM 中，$\tan B=\frac{3}{4}$，$AB=20$，易得 $BM=16$

$\therefore BC=2BM=2\cdot 4k=32$



$\because DE// AB$

$\therefore \angle BAD=\angle ADE$，即 $\angle BAD=\angle ACB$

$\therefore \triangle ABD\backsim\triangle CBA$

$\therefore \dfrac{AB}{CB}=\dfrac{DB}{AB}$

计算可得 $DB=\dfrac{25}{2}$

$\because DE// AB$

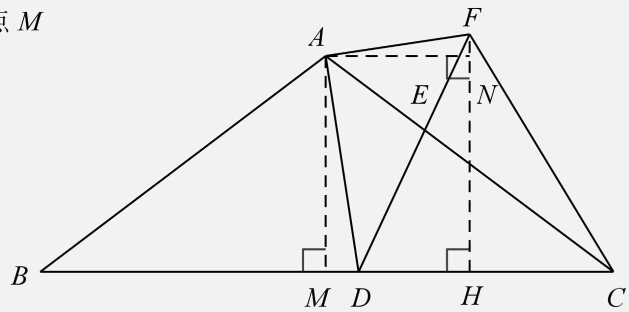
$\therefore \dfrac{AE}{AC}=\dfrac{BD}{BC}$

得 $AE=\dfrac{125}{16}$

（3）点 D 在 BC 边上运动的过程中， 存在某个位置使得 $DF=CF$

过点 F 作 $FH\perp BC$ 于点 H，过点 A 作 $AM\perp BC$ 于点 M

再过 A 作 $AN\perp FH$ 于点 H



$AB=20$， $\tan B=\dfrac{3}{4}$，可得 $AM=12$， $BM=16$

$\text{Rt}\triangle DAF$ 中， $\dfrac{AF}{AD}=\tan\angle ADF=\tan B=\dfrac{3}{4}$

而易得四边形 $AMHN$ 为矩形， $\angle MAN=90°$， $\triangle AMD\backsim\triangle ANF$，

故 $\dfrac{AN}{AM}=\dfrac{AF}{AD}$，解得 $AN=9$，

故 $CH=BC-BM-MH=7$，易知此时 $DH=HC=7$，

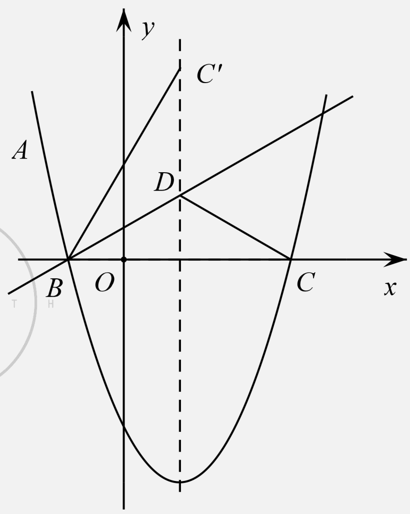
故此时 $BD=32-7-7=18$.

（2019 成都第 28 题）如图，抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 经过点 $A\left(-2，5\right)$，与 x 轴相交于 $B\left(-1，0\right)$，$C\left(3，0\right)$两点．

（1）求抛物线的函数表达式；

（2）点 D 在抛物线的对称轴上，且位于 x 轴的上方，将$\triangle BCD$ 沿直线 BD 翻折得到$\triangle BC'D$，若点 C' 恰好落在抛物线的对称轴上，求点 C' 和点 D 的坐标；

（3）设 P 是抛物线上位于对称轴右侧的一点，点 Q 在抛物线的对称轴上，当$\triangle CPQ$ 为等边三角形时，求直线 BP 的函数表达式．



【解析】

（1）三点坐标联立即得 $y=x^2-2x-3$

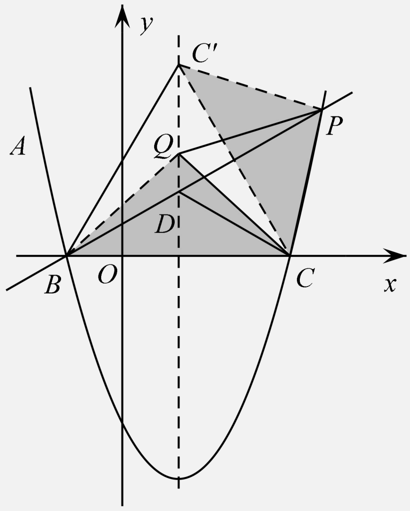
（2）由条件可得抛物线对称轴为直线 $x=1$，$BC=4$，记对称轴与 x 轴交点为 M

由折叠得 $BC'=4$，在 Rt$\triangle BMC'$ 中，勾股可得 $MC'=2\sqrt{3}$，故 $C'\left(1，2\sqrt{3}\right)$

且此时 $\frac{BM}{BC'}=\frac{1}{2}$，$\angle MBC=60°$，由折叠得 $\angle DBC=30°$，故 $DM=2\cdot\tan 30°=\frac{2}{3}\sqrt{3}$，$D\left(1，\frac{2}{3}\sqrt{3}\right)$．

（3）由（2）容易发现$\triangle BCC'$为等边三角形

考虑$\triangle PCQ$的位置，当P点在x轴上方时，如图，



$\triangle BCC'$和$\triangle CPQ$均为等边三角形，易证$\triangle BQC \cong \triangle C'PC$

Q在对称轴上，可得$\triangle BQC$中，$QB = QC$，

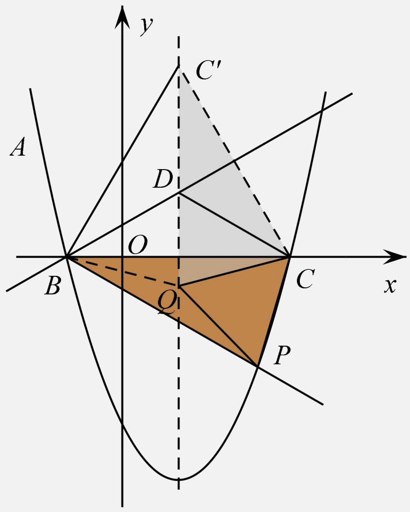
相应的，在$\triangle C'PC$中，$PC' = PC$，

结合$BC' = BC$，BP恰为$C'C$垂直平分线，

故$\angle CBP = \frac{1}{2}\angle CBC' = 30°$

易得此时BP解析式为$y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + \frac{\sqrt{3}}{3}$.

当P点在x轴下方时，如图，



$\triangle BCC'$和$\triangle CPQ$均为等边三角形，易证$\triangle BPC \cong \triangle C'QC$，

Q在对称轴上，可得$\angle QC'C = \frac{1}{2}\angle BC'C = 30°$，

故$\angle PBC = \angle QC'C = 30°$，

易得此时BP解析式为$y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x - \frac{\sqrt{3}}{3}$.