例 1

解：(1) 全等，理由如下：

$\because t=1.5$

$\therefore BP=2\times1.5=3$

$\because AE=7$

$\therefore DE=AD-AE=10-7=3$

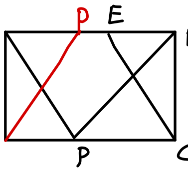
$\therefore BP=DE$

在 $\triangle ABP$ 和 $\triangle CDE$ 中

$$\begin{cases} BP=DE \\ \angle B=\angle CDE \\ AB=CD \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABP \cong \triangle CDE$ (SAS)

(2)



① $BP=3$，$\triangle ABP \cong \triangle CDE$

② $AP=3$　$\triangle ABP \cong \triangle DCE$

$t=1.5s$ 或 $\frac{21}{2}s$

(3) 当 $CP=DE=3$ 时，即 $2t=7$ 时，$\triangle DCP \cong \triangle CDE$.

例 1 练一练

解：（1）$\because \Delta ABC$ 和 ΔPMA 全等，

$\therefore AM=BC=6cm$，$\angle C=\angle MAP=90^\circ$，

$\therefore$ 只能是 $AP=AC=8cm$，

即 $2t=8$

$\therefore t=4(s)$，

即经过 4 秒 ΔABC 与 ΔPMA 全等

（2） AB 与 PM 有何位置关系是 $AB\perp PM$ ，理由是：

$\because \Delta ABC\cong \Delta PMA$，

$\therefore \angle BAC=\angle APM$，

$\because \angle MAP=90^{\circ}$，

$\therefore \angle CAB+\angle BAP=90^{\circ}$，

$\therefore \angle BAP+\angle APM=90^{\circ}$，

$\therefore \angle PDA=180^{\circ}-90^{\circ}=90^{\circ}$，

$\therefore AB\perp PM$．

例 2

解：（1） $PC=BC-PB=12-4t$；

（2）经过 1 秒后， ΔBPD 与 ΔCQP 全等．

$\because AB=16$，点 D 为 AB 的中点，

$\therefore BD=8$，

经过 1 秒后， $BP=CQ=4$，

$\because BC=12$， $BP=4$，

$\therefore CP=8$，

$\therefore CP=BD$，

在 ΔBPD 和 ΔCQP 中，

$$\begin{cases}CP=BD\\ \angle C=\angle B\\ CQ=BP\end{cases},$$

$\therefore \Delta BPD \cong \Delta CQP$；

（3）点 P 、 Q 的运动速度不相等时， ΔBPD 与 ΔCQP 全等，则 $CP = BP$，

即 $t = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$ 秒，

$\because AB = 16$，点 D 为 AB 的中点，

$\therefore BD = 8$，

则 $CQ = 8$，

$\therefore$ 点 Q 的运动速度 $a = 8 \div \frac{3}{2} = \frac{16}{3}$，

$\therefore$ 当点 Q 的运动速度 a 为 $\frac{16}{3}$ 厘米/秒时， ΔBPD 与 ΔCQP 全等.

例2 练一练

解：（1）全等.

理由：由题意： $BP = CQ = 2t$

当 $t = 2$ 时， $BP = CQ = 4$

$\because AB = BC = 10$， $AE = 4$

$\therefore BE = CP = 10 - 4 = 6$

$\because BP = CQ$， $\angle B = \angle C = 90^\circ$， $BE = CP$

$\therefore \Delta BPE \cong \Delta CQP \quad (SAS)$

（2）$\because P$ 、 Q 运动速度不相等

$\therefore BP \neq CQ$

$\because \angle B = \angle C = 90^\circ$

$\therefore$ 当 $BP = CP$， $CQ = BE$ 时， $\Delta BPE \cong \Delta CPQ$，

$\therefore BP=CP=\frac{1}{2}BC=5$， $CQ=BE=6$

$\therefore$ 当 $t=5\div 2=\frac{5}{2}$ （秒）时， $\Delta BPE\cong \Delta CPQ$，

此时点 Q 的运动速度为 $6\div \frac{5}{2}=\frac{12}{5}(cm/s)$

例 3

（1）证明：在等腰直角三角形 ABC 中， $\angle ABC=90^\circ$， D 为 AC 边上的中点，

故 $BD\perp AC$，

$\because ED\perp DF$，

$\therefore \angle BDE=\angle FDC$，

$\therefore \angle C=\angle DBC=45^\circ$，

$\therefore BD=DC$，

在 ΔBDE 和 ΔCDF 中，

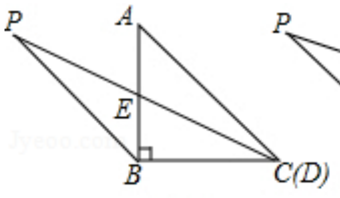
$$\begin{cases}\angle EBD=\angle C\\ BD=DC\\ \angle BDE=\angle CDF\end{cases},$$

$\therefore \Delta BDE\cong \Delta CDF(ASA)$；

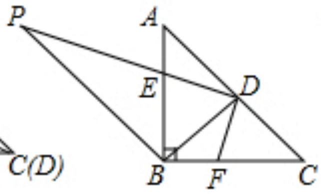
（2）解：如图①所示：当 $t=0$ 时， $\Delta PBE\cong \Delta CAE$ 一对；

如图②所示：当 $t=2$ 时， $\Delta AED\cong \Delta BFD$， $\Delta ABD\cong \Delta CBD$， $\Delta BED\cong \Delta CFD$ 共 3 对；

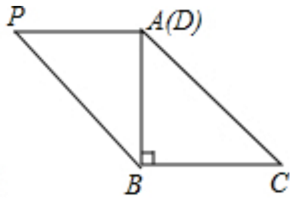
如图③所示：当 $t=4$ 时， $\Delta PBA\cong \Delta CAB$ 一对.



图①



图②



图③

例 3 练一练

解：（1）$\because \Delta ABC$ 是边长为 6 的等边三角形，

$\therefore \angle ACB = 60^\circ$，

$\because \angle BQD = 30^\circ$，

$\therefore \angle QPC = 90^\circ$，

$\because$ [redacted] $AP = t$，则 $PC = 6 - t$，$QB = t$，

$\therefore QC = QB + BC = 6 + t$，

$\because$ 在 $Rt\Delta QCP$ 中，$\angle BQD = 30^\circ$，

$\therefore PC = \frac{1}{2}QC$，即 $6 - t = \frac{1}{2}(6 + t)$，解得 $t = 2$，

$\therefore$ [redacted]；

（2）$\Delta APE \cong \Delta BQF$ 或 $\Delta EPD \cong \Delta FQD$．以 $\Delta APE \cong \Delta BQF$ 为例，证明如下：

连接 QE，PF，

又 $\because PE \perp AB$ 于 E，

$\therefore \angle DFQ = \angle AEP = 90^\circ$，

$\because$ 点 P、Q 速度相同，

$\therefore AP = BQ$，

$\because \Delta ABC$ 是等边三角形，

$\therefore \angle A=\angle ABC=\angle FBQ=60^{\circ}$，

在 ΔAPE 和 ΔBQF 中，

$\because \angle AEP=\angle BFQ=90^{\circ}$，

$\therefore \angle APE=\angle BQF$，

在 ΔAPE 和 ΔBQF 中，

$$\begin{cases}\angle AEP=\angle BFQ\\ \angle A=\angle FBQ\\ AP=BQ\end{cases},$$

$\therefore \Delta APE\cong \Delta BQF(AAS)$；

智慧高峰、

解：（1）$\because$， $\Delta ABQ\cong \Delta CBP$，

$\therefore BQ=BP$，

$\therefore 2t=5-2t$，

$\therefore t=\dfrac{5}{4}$

$\therefore t=\dfrac{5}{4}s$ 时， $\Delta ABQ\cong \Delta CBP$．

（2） 结论：$\angle CMQ=60^{\circ}$ 不变 ．

理由：$\because \Delta ABC$ 是等边三角形

$\therefore \angle ABQ=\angle CAP$， $AB=CA$，

又 $\because$ 点 P、Q 运动速度相同，

$\therefore AP = BQ$，

在ΔABQ与ΔCAP中，

$$\because \begin{cases} AB = CA \\ \angle ABQ = \angle CAP \\ AP = BQ \end{cases},$$

$\therefore \Delta ABQ \cong \Delta CAP(SAS)$.

$\therefore \angle BAQ = \angle ACP$，

$\because \angle QMC = \angle ACP + \angle MAC$，

$\therefore \angle CMQ = \angle BAQ + \angle MAC = \angle BAC = 60^\circ$.

智慧磨炼

1. （1）当$\Delta CPA \cong \Delta PQB$时，$BP = AC = 4$（米)，

则$BQ = AP = AB - BP = 12 - 4 = 8$（米)，

A的运动时间是：$4 \div 1 = 4$（分钟），

Q的运动时间是：$8 \div 2 = 4$（分钟），

则当$t = 4$分钟时， 两个三角形全等；

（2）当$\Delta CPA \cong \Delta PQB$时，$BQ = AC = 4$（米)，

$AP = BP = \dfrac{1}{2} AB = 6$（米)，

则P运动的时间是：$6 \div 1 = 6$（分钟），

Q运动的时间是：$4 \div 2 = 2$（分钟），

故不能成立 .

总之， 运动 4 分钟后，ΔCPA与ΔPQB全等

2. (1) 若$\triangle BFE$与$\triangle CGF$全等，则$EF=FG$，$\angle BFE=\angle CGF$.

$\therefore \angle AFE=\angle BGF$

在$\triangle AEF$和$\triangle BFG$中

$$\begin{cases}\angle A=\angle FBG\\ \angle AFE=\angle BGF\\ EF=FG\end{cases}$$

$\therefore \triangle AEF \cong \triangle BFG$ (AAS)

$\therefore AF=BG$，$AE=BF$

设点G速度为$a$cm/s

$\therefore 4t=at$，$a=4$

$\therefore$ 当G的速度为4cm/s时，$\triangle BFE \cong \triangle CGF$

(2) 设经过ts点F和点G相距8cm.

由题意知 $6t-4t=60-8$

$t=26$