

12

第十二讲 不完全归纳法

六年级数学

平行线教育线上课程
2020 年

PARALLEL EDUCATION

与其用华丽的外衣装饰自己，不如用
知识武装自己。

—— 马克思



第十二讲 不完全归纳法

智慧导航

1. 数列

数列的规律即看数与数之间的和、差、积、商的变化规律

2. 图形

找相邻两幅图间的规律，规律和图形序号进行结合

3. 周期

智慧基石

例 1

一串按某规律排列的自然数：1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 5, 5... 其中第 30 个数是多少？

$$1+2+3+4+5+6+7+8=36$$

$$36 > 30$$

第 30 个数是 8

练一练

有一列数如下：1, 2, 1, 2, 2, 1, 2, 2, 2, 1, 2, 2, 2, 2, 1... 则第 8 个 1 在这列数中是第几个数？

$$1+2+3+4+5+6+7+8 \times 1 = 36$$

例2

一列数按规律排列为 1, 1, 3, 4, 5, 9, 7... 求第 200 个数是多少?

$$1, \underline{1(1^2)}, \underline{3}, \underline{4(2^2)}, \underline{5}, \underline{9(3^2)}, 7 \dots$$

两个数一组

$$200 \div 2 = 100 \text{ (组)}$$

$$100 \times 100 = 10000$$

练一练

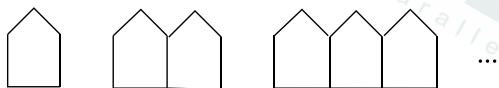
一列数按规律排列为 1, 1, 3, 4, 5, 9, 7... 求第 1000 个数是多少?

$$1000 \div 2 = 500 \text{ (组)}$$

$$500 \times 500 = 250000$$

例3

如图, 小淘气用小棒搭房子, 他搭 1 间需要用 5 根小棒, 搭 2 间需要用 9 根小棒, 搭 3 间需要用 13 根小棒, 按照这个规律进行下去, 搭 50 间房子要用多少根小棒?

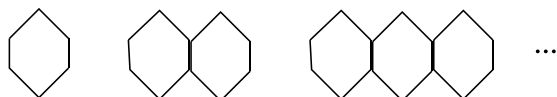


$$9 - 5 = 4 \text{ (根)}$$

$$5 + 4 \times (50 - 1) = 201 \text{ (根)}$$

练一练

用小棒按照如下的方式摆图形, 摆一个六边形需要 6 根小棒, 摆两个六边形需要 11 根小棒, 摆三个六边形需要 16 根小棒, 摆 100 个需要多少根小棒?

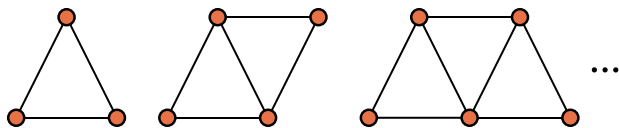


$$11 - 6 = 5 \text{ (根)}$$

$$6 + 5 \times (100 - 1) = 501 \text{ (根)}$$

例 4

用同样长的火柴棒按如下方式摆三角形. 那么摆 100 个三角形要多少根火柴棒?

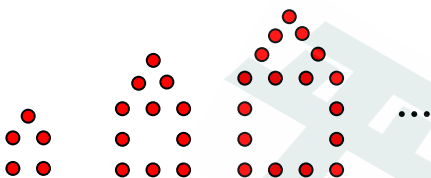


$$5-3=2 \text{ (根)}$$

$$3+2 \times (100-1) = 201 \text{ (根)}$$

练一练

如图, 摆第一个“小屋子”要 5 枚棋子, 摆第二个要 11 枚棋子, 摆第三个要 17 枚棋子, 则摆第 200 个“小屋子”要多少枚棋子?

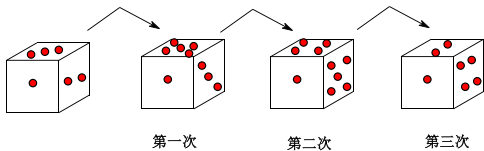


$$11-5=6 \text{ (枚)}$$

$$5+6 \times (200-1) = 1199 \text{ (枚)}$$

例 5

有一个正六面体骰子, 放在桌面上, 将骰子沿如图所示的顺时针方向滚动, 每滚动 90° 算一次, 则滚动第 2018 次后, 骰子朝下一面的点数是多少?



由图知 1 和 6 相对, 2 和 5 相对, 3 和 4 相对

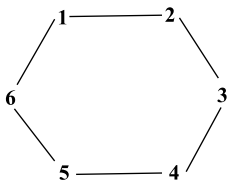
4 次为一周期

$$2018 \div 4 = 504 \text{ (组)} \cdots \cdots 2 \text{ (次)}$$

滚动第 2018 次后, 骰子朝下一面的点数是 3

练一练

如图，一只青蛙站在1号位置，第一次跳1步，到达2号位置；第二次跳2步，到达4号位置；第3次跳3步，到达1号位置；…；第 n 次跳 n 步．当青蛙沿顺时针方向跳了20次时，到达几号位置？



6步为一周期

$$1+2+3+\cdots+20=210 \text{ (步)}$$

$$210 \div 6 = 35 \text{ (组)}$$

跳了20次时，到达1号位置

例6

甲、乙、丙三位同学进行报数游戏，游戏规则为：甲报1，乙报2，丙报3，甲报4，乙报5，丙报6…依次循环反复下去，当报出的数为2018时游戏结束，若报出的数是偶数，则该同学得1分．当报数结束时甲同学的得分是多少分？

3个数为一周期

$$2018 \div 3 = 672 \text{ (组)} \cdots \cdots 2 \text{ (个)}$$

$$672 \div 2 = 336 \text{ (个)}$$

$$336 \times 1 = 336 \text{ (分)}$$

练一练

甲、乙、丙、丁四个小朋友玩报数游戏，从1起按下面顺序进行：甲报1、乙报2、丙报3、丁报4、丙报5、乙报6、甲报7、乙报8、丙报9，……，这样，报2014的这个小朋友是谁？

6个数为一周期

$$2014 \div 6 = 335 \text{ (组)} \cdots \cdots 4 \text{ (个)}$$

报2014的这个小朋友是丁

智慧高峰

下面两个多位数：1248624...，6248624...，都是按照如下方法得到的：将第一位数字乘以2，若积为一位数，将其写在第2位上，若积为两位数，则将其个位数写在第2位。对第2位数字再进行如上操作得到第3位数字……，后面的每一位数字都是由前一位数字进行如上操作得到的。当第1位数字是3时，仍按如上操作得到一个多位数，则这个多位数前100位的所有数字之和是多少？

$$3\overline{624862486248}\cdots$$

$$(100-1) \div 4 = 24 \text{ (组)} \cdots 3 \text{ (个)}$$

$$(6+2+4+8) \times 24 + 6+2+4+3 = 495$$

智慧攻略

1. 重点：找出数列、图形中存在的规律

2. 方法：

- A. 探究、推理
- B. 不完全归纳法
- C. 动手操作

智慧磨炼

1. 有一列数按照一定规律排列：1, 3, 2, 5, 4, 7, 8, 9, 16, 11, 32... 请问这个数列的第20个数是多少？

1, 3, 2, 5, 4, 7, 8, 9, 16, 11, 32, 13, 64, 15, 128, 17, 256, 19, 512, 21

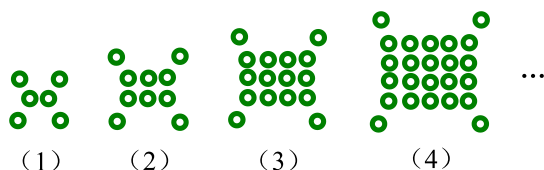
2. 下图是一组有规律的图案，第1个图案由4个基础图形组成，第2个图案由7个基础图形组成……则第50个图案由多少个基础图形组成？



$$7-4=3 \text{ (个)}$$

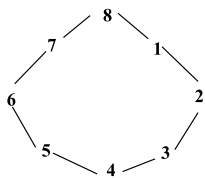
$$4+3 \times (50-1) = 151 \text{ (个)}$$

3. 将大小相同的小圆按如图所示的规律摆放：第1个图形中有6个小圆，第2个图形中有10个小圆，第3个图形中有16个小圆，第4个图形中有24个小圆，……依此规律，第100个图形中有多少个小圆？



$$4 + 100 \times (100 + 1) = 10104 \text{ (个)}$$

4. 小红和小芳两人用黑白两种棋子按如图的要求玩跳棋游戏，从1号位出发，轮流按顺时针方向前进，小芳的红棋的走法是：2步 - 3步 - 2步 - 3步 - 2步…；小红的黑棋的走法是：2步 - 1步 - 2步 - 1步 - 2步…她们各走了50次后，小芳的红棋子走到了几号位？



$$50 \div 2 = 25 \text{ (组)}$$

$$(2 + 3) \times 25 = 125 \text{ (步)}$$

$$125 \div 8 = 15 \text{ (组)} \cdots 5 \text{ (步)}$$

小芳的红棋子走到了6号位

5. 有一列数：2, 8, 6, 8…从第三个数起，每个数都是前面两个数乘积的个位数字。例如第四个就是第二个与第三个数的乘积的个位数字8，问这一列数中第100个数是多少？

2, 8, 6, 8, 8, 4, 2, 8, 6, 8, 8, 4, 2, 8, 6…

6个数为一周期

$$100 \div 6 = 16 \text{ (组)} \cdots 4 \text{ (个)}$$

这一列数中第100个数是8