

11

第十一讲 小小工程师

六年级数学

平行线教育线上课程
2020 年

PARALLEL EDUCATION

学习并不等于就是摹仿某些东西，而是掌握技巧和方法。

—— 高尔基



第十一讲 小小工程师

智慧导航

1. 一般工程问题，工程的分与合
2. 休息工程，周期工程
3. 工程与量率对应，工程综合

智慧基石

例 1

甲、乙合做 6 小时可完成一项工作，现由甲先做 2 小时，再由乙做 4 小时，刚好完成这项工作的 50%，若乙单独完成这项工作需要多少小时？

【解答】解： $1 \div [\frac{1}{6} - (50\% - \frac{1}{6} \times 2) \div (4 - 2)] = 12$ （小时）

答：乙单独完成这项工作需要 12 小时。

练一练

修一条路，甲队独修要 12 天完成，乙队独修要 10 天完成，现在甲队先做 3 天后，因事离开，余下的由乙接着完成，还要多少天？

【解答】解： $(1 - \frac{1}{12} \times 3) \div \frac{1}{10} = 7.5$ （天）

答：余下的由乙接着完成，还要 7.5 天。

例 2

小李和小朱合作完成一项工程，由于配合得好，小李的工作效率比单独做时提高 $\frac{1}{10}$ ，小朱的工作效率比单独做时提高 $\frac{1}{5}$ ，两人合作 6 天完成任务。如果小李单独做要 11 天，那么小朱单独做要多少天？

【解答】解：两人合作的工效是： $\frac{1}{6}$

小李在合作时的工效是： $\frac{1}{11} \times (1 + \frac{1}{10}) = \frac{1}{10}$

小朱在合做时的工作效率是： $\frac{1}{6} - \frac{1}{10} = \frac{1}{15}$

小朱在单独工作时的工作效率是： $\frac{1}{15} \div (1 + \frac{1}{5}) = \frac{1}{18}$

小朱单独做需要： $1 \div \frac{1}{18} = 18$ (天)。

答：小朱单独做要 18 天。

练一练

一项工程甲单独做要 12 天完成，乙单独做要 15 天完成。现在甲、乙两人合做 2 天，余下的由甲单独完成，还要多少天能做完？

【解答】解： $[1 - (\frac{1}{12} + \frac{1}{15}) \times 2] \div \frac{1}{12} = 8.4$ (天)

答：余下的由甲单独完成，还要 8.4 天能做完。

例 3

修一段公路，甲队单独修 20 天可以完成，乙队单独修 30 天可以完成，现在两队合修，中途甲队休息 2.5 天，乙队休息若干天，这样一共 14 天完成。问：乙队休息了几天？

【解答】解： $14 - [1 - \frac{1}{20} \times (14 - 2.5)] \div \frac{1}{30} = 1.25$ (天)

答：乙队休息了 1.25 天。

练一练

一项工程，甲队独做需要 20 天完成，乙队独做需要 30 天完成，丙单独做需要 60 天完成，现在由甲、乙、丙合作这项工作，在工作过程中，甲休息了 2 天，乙休息了 3 天，丙没有休息，最后把工作完成了。问完成这项工作一共用了多少天？

【解答】解：把这项工程看做单位“1”，甲、乙、丙的工作效率分别为 $\frac{1}{20}$ 、 $\frac{1}{30}$ 、 $\frac{1}{60}$ ；

假设甲乙没有休息，那么完成的工作总量为： $1 + \frac{1}{20} \times 2 + \frac{1}{30} \times 3 = 1\frac{1}{5}$ ，

这项工作一共用的天数： $1\frac{1}{5} \div (\frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{60}) = 12$ (天)

答：完成这项工作一共用了 12 天。

例4

单独完成某项工程，甲需要9小时，乙需要12小时，如果按照甲、乙、甲、乙……的顺序轮流工作，每次工作1小时，那么完成这项工作需要多少小时？

【解答】解：[1 - ($\frac{1}{9} + \frac{1}{12}$) × 5] ÷ $\frac{1}{9}$ = 0.25 (小时)

甲、乙轮流做共需要：10 + 0.25 = 10.25 (小时)

答：完成这项工作需要 10.25 小时。

练一练

有一项工程由甲乙两人来完成，因为只有一台机器，甲乙只能轮流操作。甲独立完成此工程需15小时，乙独立完成此工程需20小时，如果由甲开始两人轮流操作，工作1小时轮换一次，完成此工程需多长时间？

【解答】解：1 ÷ ($\frac{1}{15} + \frac{1}{20}$) = 8 $\frac{4}{7}$

$$1 - (\frac{1}{15} + \frac{1}{20}) \times 8 = \frac{1}{15}$$

$$\frac{1}{15} \div \frac{1}{15} = 1 \text{ (小时)}$$

$$8 \times 2 + 1 = 17 \text{ (小时)}$$

答：完成此工程需 17 小时。

例5

甲、乙、丙三人共同加工一批零件，甲比乙多加工20个，丙加工零件数是乙加工零件数的 $\frac{4}{5}$ ，甲加工零件数是乙、丙加工零件总数的 $\frac{5}{6}$ ，则甲、丙加工的零件数分别为多少个？

【解答】解：设乙加工的零件个数是 x 个，

则甲加工的零件个数是 $(x+20)$ 个，丙加工零件数是 $\frac{4}{5}x$ 个；

$$\text{所以 } x+20 = (x + \frac{4}{5}x) \times \frac{5}{6}$$

$$x = 40$$

$$40 + 20 = 60 \text{ (个)}$$

$$40 \times \frac{4}{5} = 32 \text{ (个)}$$

答：甲加工的零件数是 60 个，丙加工的零件数是 32 个。

练一练

生产一批零件。甲每小时可生产 24 个，乙单独做 15 小时可以完成。现在由甲乙两人同时合作完成，完成时甲乙两人生产零件个数的比是 3:5，求甲一共生产零件多少个？

【解答】解： $15 \times \frac{5}{3} \times 24 \times \frac{3}{3+5} = 225$ （个）

答：甲一共生产零件 225 个。

例 6

甲、乙、丙三个工程队完成某项工程的天数和日工资如下表：

工程队	单独完成工程所用天数	每日总工资（万元）
甲	10	18
乙	15	12
丙	20	8

请你选择两个工程队合做这项工程，如果工期很紧，想尽快完工，应选择哪两个队合做？

几天可以完工？完工后两队各得多少工资？

【解答】解：因为 $\frac{1}{10} > \frac{1}{15} > \frac{1}{20}$ ，所以选甲乙两队合做。

$$1 \div \left(\frac{1}{10} + \frac{1}{15} \right) = 6 \text{ (天)};$$

$$18 \times 6 = 108 \text{ (万元)},$$

$$12 \times 6 = 72 \text{ (万元)};$$

答：应选甲乙两队合做，6 天可以完工，完工后甲队可得工资 108 万元，乙队可得工资 72 万元。

练一练

一个水池有甲进水管和乙出水管，单独开甲管 10 分钟可以注满水池，单独开乙管 15 分钟可以把满池水放尽。一次，由于工作人员的疏忽，在打开甲管后若干分钟才匆忙关闭乙管，又过了相同的时间才注满全池，造成了浪费。问甲管一共注水多少时间？

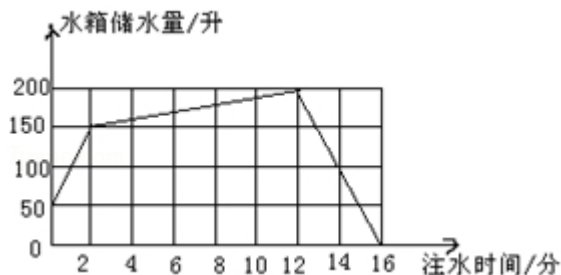
【解答】解： $1 \div \left(\frac{1}{10} \times 2 - \frac{1}{15} \right) \times 2 = 15$ （分钟）；

答：甲管一共注水 15 分钟。

智慧高峰

容量为 200 升的水箱上装有甲、乙两根进水管和一根排水管，如图，先由甲、乙两根进水管同时向水箱内注水，再由乙管单独向水箱内注水，最后由丙管将水箱里的水排完。

- ①水箱内原有水多少升？
- ②乙管单独注水多少分钟？
- ③若只有乙管注水，多少分钟注满水箱？



【分析】(1) 根据折线统计图，时间为 0 分时，水箱内的水为 50 升，说明水箱内原有水 50 升；

(2) 甲乙两根水管同时注水时，水箱内的水上升幅度较快，从第 2 分钟后水箱内的水上升幅度变小，并且匀速上升，说明此时只有乙单独注水，到第 12 分钟时注满，那么乙水管单独注水的时间为 12 减 2，列式解答即可得到答案；

(3) 可用乙水管单独注入的数量除以乙水管单独注入的时间就是乙水管单独注入的速度，再用水箱内需要注入的水除以乙水管单独注入水的速度，列式解答即可得到答案。

【解答】解：(1) 答：水箱内原有 50 升水；

(2) $12 - 2 = 10$ (分钟)

答：乙水管单独注水 10 分钟；

(3) $150 \div [(200 - 150) \div 10] = 30$ (分钟)，

答：若只有乙管注水，30 分钟注满水箱。

智慧攻略

1. 重点：工程问题基本题型的掌握
2. 工程问题中不同类型的理解和灵活应用

智慧磨炼

1. 一项工作，甲乙两人合作 12 天完成，现在先由甲独做 2 天，再由乙独做 5 天，两人完成了这项工程的 $\frac{1}{4}$ ，假如这项工程由乙单独完成，共需多少天？

【解答】解： $1 \div [(\frac{1}{4} - \frac{1}{12} \times 2) \div (5 - 2)] = 36$ (天)

答：这项工程由乙单独完成，共需 36 天。

2. 一件工作，甲单独做要 15 天完成，乙独做要 20 天完成，现在甲、乙合作 12 天才完工。在这段时间里，因天气原因，甲休息了 3 天，那么乙休息了多少天？

【解答】解： $12 - [1 - \frac{1}{15} \times (12 - 3)] \div \frac{1}{20} = 4$ (天)

答：乙休息了 4 天。

3. 一件工作，甲独做要 8 小时完成，乙独做要 12 小时完成。如果先由甲工作 1 小时，然后由乙接替甲工作 1 小时，再由甲接替乙工作 1 小时……两人如此交替工作那么完成任务时共用了多少小时？

【解答】解：甲的工作效率： $\frac{1}{8}$ ，乙的工作效率： $\frac{1}{12}$ 。

$$1 \div (\frac{1}{8} + \frac{1}{12}) = 4\frac{4}{5} \text{ (小时);}$$

$$\text{甲乙各交替工作了 4 小时后剩下的工作量: } 1 - \frac{5}{24} \times 4 = \frac{1}{6};$$

$$\text{甲再干 1 小时后剩下的工作量是: } \frac{1}{6} - \frac{1}{8} = \frac{1}{24};$$

$$\text{这些工作量乙需要的时间: } \frac{1}{24} \div \frac{1}{12} = \frac{1}{2} \text{ (小时);}$$

$$\text{全部时间: } 4 \times 2 + 1 + \frac{1}{2} = 9\frac{1}{2} \text{ (小时);}$$

答：那么完成任务时共用了 $9\frac{1}{2}$ 小时。

4. 师徒两人共同加工一批零件，师傅每小时加工 9 个，徒弟每小时加工 5 个，完成任务时，徒弟比师傅少加工 120 个。这批零件共有多少个？

【解答】解： $120 \div (9 - 5) \times (9 + 5) = 420$ (个)

答：这批零件共有 420 个。

5. 一项工程，甲、乙合作 10 天完成，乙、丙合作 12 天完成，现在先由甲单独做 9 天，接着乙做 6 天，最后丙独做 4 天，刚好完成，甲独做这项工程要多少天完成任务？

【解答】解：先由甲单独做 9 天，接着乙做 6 天，最后丙独做 4 天，看成乙丙合作 4 天，再由甲乙合作 $6 - 4 = 2$ （天），剩下的由甲在独做 $9 - 2 = 7$ （天）；

$$1 - \frac{1}{12} \times 4 - \frac{1}{10} \times 2 = \frac{7}{15}$$

$$\frac{7}{15} \div 7 = \frac{1}{15}$$

$$1 \div \frac{1}{15} = 15 \text{（天）}$$

答：甲独做这项工程要 15 天完成任务。

平行线
Parallel Education