

11

第十一讲 循环往复

三年级数学

平行线教育线上课程

2020 年

PARALLEL EDUCATION

数学是上帝描述自然的符号。

—— 黑格尔



第十一讲 循环往复

智慧导航

1. 准确找到总量与周期，运用余数除法解决第几个是什么的问题
2. 灵活应用周期组数，解决共有多少个和前几个数和的问题
3. 解决复杂的周期问题

智慧基石

例 1

观察图中黑、白两色三角形的变化规律，请问：第 13 个图形是什么颜色？第 66 个图形是什么颜色？



图形的排列是按照 1 个黑色三角形，2 个白色三角形排列的，3 个图形为一个周期，总数为分别为 13 和 66.

周期：1+2=3（个）

第 13 个图形：13÷3=4（组）……1（个），是黑色三角形.

第 66 个图形：66÷3=22（组），是白色三角形

答：第 13 个图形是黑色，第 66 个图形是白色.

练一练

尼克和珍妮做游戏，把一些图形按下面的规律排列：



他们所排列的这些图形中，第 37 个是什么图形？

图形的排列是按照 1 个★，3 个○排列的，4 个图形为一个周期，总数为 37.

周期：1+3=4（个）

第 37 个图形：37÷4=9（组）……1（个），是星星图形

答：第 37 个是星星图形.

例 2

“我爱小学生数学报我爱小学生数学报我爱小学生数学报……”按此规律，第 30 个字是什么字？第 40 个字是什么字？

“我爱小学生数学报”这 8 个字为一个周期，总数分别为 30 和 40.

$30 \div 8 = 3$ (组) $\cdots \cdots 6$ (个)，所以第 30 个字是数

$40 \div 8 = 5$ (组)，所以第 40 个字是报

答：第 30 个字是数；第 40 个字是报.

练一练

为庆祝五一劳动节，广场上挂着很多彩灯，按 3 盏红色、2 盏黄色、2 盏绿色、1 盏紫色的顺序重复挂着，那么，第 75 盏灯是什么颜色？

这组彩灯排列规律是：3 红、2 黄、2 绿、1 紫，8 个彩灯为一个周期，总数为 75.

周期： $3+2+2+1=8$ (盏)

$75 \div 8 = 9$ (组) $\cdots \cdots 3$ (盏)，是红色

答：第 75 盏灯是红色.

例 3

下表中，每一列两个符号组成一组，如第一组“A 万”，第二组“B 事”，…第 20 组是多少？

A	B	C	A	B	C	A	B	...
万	事	如	意	万	事	如	意	...

3 个字母为一个周期，4 个汉字为一个周期，总数为 20.

$20 \div 3 = 6$ (组) $\cdots \cdots 2$ (个)，得出字母为 B

$20 \div 4 = 5$ (组)，得出汉字为意

所以第 20 组是“B 意”.

答：第 20 组是“B 意”.

练一练

某部 34 集的电视连续剧在某星期一开播，从星期一到星期五以及星期日每天都要播出 1 集，星期六停播。那么最后一集在星期几播出？

星期一到星期五以及星期日总共 6 天，周期为 6，总数为 34。

周期： $5+1=6$ （天）

$34 \div 6 = 5$ （组）……4（天），为星期四

答：最后一集在星期四播出。

例 4

有 60 面彩旗，按 4 红、3 黄、2 绿的顺序轮流排列，插在校的迎宾路上。最后一面彩旗是什么颜色？60 面彩旗中，红旗、黄旗、绿旗各有多少面？

这些彩旗排列规律是：4 红、3 黄、2 绿，周期为 9，总数为 60。

周期： $4+3+2=9$ （面）

$60 \div 9 = 6$ （组）……6（面），最后一面彩旗是黄色

红旗有： $4 \times 6 + 4 = 28$ （面）

黄旗有： $3 \times 6 + (6-4) = 20$ （面）

绿旗有： $2 \times 6 = 12$ （面）

答：最后一面旗的颜色是黄色，60 面彩旗中红旗、黄旗、绿旗各有 28、20、12 面。

练一练

三天打鱼，两天晒网（即前三天打鱼，后两天晒网），按照这种方式，在 53 天内，打鱼的天数是多少天？

周期为 5，总数为 53。

周期： $3+2=5$ （天）

$53 \div 5 = 10$ （组）……3（天）

打鱼： $10 \times 3 + 3 = 33$ （天）

答：打鱼的天数是 33 天。

例 5

有一列数按照 2, 4, 3, 2, 4, 3, 2, 4, 3, 2, 4, 3, … 的顺序排列, 那么这一列数中前 24 个数的和是多少?

2、4、3 这三个数字重复排列, 周期为 3, 总数为 24.

每组之和: $2+3+4=9$

$24 \div 3 = 8$ (组)

$8 \times 9 = 72$

答: 这一列数中前 24 个数的和是 72.

练一练

有一列数按照 1, 1, 4, 5, 1, 1, 4, 5, 1, 1, 4, 5, … 的顺序排列, 从第一个数起逐个相加, 当加到和为 79 时, 一共加了多少个数?

1、1、4、5 这四个数字重复排列.

每组之和: $1+1+4+5=11$

$79 \div 11 = 7$ (组) ……2

$7 \times 4 + 2 = 30$ (个)

答: 一共加了 30 个数.

例 6

在一列数 2, 3, 6, 8, 8, … 中, 从第 3 个数开始, 每个数都是它前面两个数乘积的个位数字. 按这个规律, 第 32 个数是多少?

根据“从第三个数起每个数都是前两个数乘积的个位数字”, 将所给的数列写下去, 即为 2, 3, 6, 8, 8, 4, 2, 8, 6, 8, 8, 4, 2, 8, …, 再根据此数列, 找出规律, 即 2, 3 排除, 可知是 6 个数为一个周期, 总数为 $32-2=30$.

总数: $32-2=30$ (个)

$30 \div 6 = 5$ (组), 第 32 个数为周期的最后一项, 是 8

答: 第 32 个数是 8.

练一练

有一列数，第一项是 7，从第二项起，每项都等于前一项与 7 乘积的个位数字，那么第 36 项是多少？

根据“第一项是 7，从第二项起，每项都等于前一项与 7 乘积的个位数字”算出的数列为 7、9、3、1、7、9、3、1…，周期为 4，总数为 36.

$36 \div 4 = 9$ (组)，为 1

答：第 36 项是 1.

智慧高峰

有一种舞蹈的舞步一小节的动作是：左脚向左侧点一下、右脚向右侧点一下、进二步、退三步；左脚向左侧点一下、右脚向右侧点一下、进三步. 以后不断地循环以上的动作. 若舞步每点一下、退一步、进一步都是一拍，那么一位舞者从开始的位置到达前方 40 步的位置为止，至少共需经过多少拍？

“左脚向左侧点一下、右脚向右侧点一下、进二步、退三步；左脚向左侧点一下、右脚向右侧点一下、进三步”为一个周期，这个周期中共有 12 拍，前进了 2 步. 所以前进到 40 步的位置要进行 $40 \div 2 = 20$ 个周期，是第 20 个周期的进二步结束.

周期： $1+1+2+3+1+1+3=12$ (拍)

每个周期前进： $2-3+3=2$ (步)

前进 40 步： $40 \div 2 = 20$ (组)

$20 \times 12 - 3 - 1 - 1 - 3 = 232$ (拍)

答：至少共需经过 232 拍.

智慧攻略

1. 重点:

- A. 发现周期问题中的规律，并理解周期的意义
- B. 准确利用数学方法找出总数与周期，并利用余数的意义解决问题

2. 解决周期问题的方法:

总数 \div 周期=组数.....余数

智慧磨炼

1. “阳光空气都市报阳光空气都市报阳光空气都市报.....”按这样一直排列下去，第41个字是什么字？

“阳光空气都市报”这7个字为一个周期，总数为41.

$41 \div 7 = 5$ （组）.....6（个），所以第41个字是市

答：第41个字是市.

2. 在一条马路边按红、黄、蓝、绿四种颜色的顺序插了30面彩旗，最后一面是什么颜色的彩旗？红色的彩旗一共插了多少面？

这些彩旗排列规律是：红、黄、蓝、绿，周期为4，总数为30.

$30 \div 4 = 7$ （组）.....2（面），最后一面彩旗是黄色

红旗有： $1 \times 7 + 1 = 8$ （面）

答：最后一面是黄色彩旗，30面彩旗中红旗插了8面.

3. 一串珠子，按照 3 颗黑色、2 颗白色、1 颗红色；3 颗黑色、2 颗白色、1 颗红色...的顺序不断的排下去。那么第 50 颗珠子是什么颜色？

这串珠子的排列规律是：6 颗珠子为一个循环周期，分别按照 3 颗黑珠、2 颗白珠、1 颗红珠的顺序重复排列，总数为 50.

周期： $3+2+1=6$ （颗）

$50 \div 6 = 8$ （组）……2（颗）

所以第 50 颗珠子是黑色.

答：第 50 颗珠子是黑色.

4. 有一列数按照 1, 3, 5, 1, 3, 5, 1, 3, 5, …的顺序排列，那么这一列数中前 30 个数的和是多少？

1、3、5 这三个数字重复排列，周期为 3，总数为 30.

每组之和： $1+3+5=9$

$30 \div 3 = 10$ （组）

$10 \times 9 = 90$

答：这一列数中前 30 个数的和是 90.

5. 有一列数按照 1, 2, 3, 4, 1, 2, 3, 4, 1, 2, 3, 4, …的顺序排列，从第一个数起逐个相加，当加到和为 80 时，一共加了多少个数？

1、2、3、4 这四个数字重复排列.

每组之和： $1+2+3+4=10$

$80 \div 10 = 8$ （组）

$8 \times 4 = 32$ （个）

答：一共加了 32 个数.