

# 09

## 第九讲 化繁为简

五年级数学

平行线教育线上课程  
2020 年

PARALLEL EDUCATION

数学，科学的女皇；数论，数学的女皇。

———— C·F·高斯

## 第九讲 化繁为简

## 智慧导航

## 1. 分解质因数的基本概念

把一个合数用质因数相乘的形式表示出来叫做分解质因数.

## 2. 分解质因数的方法

(1) 树状图

(2) 短除式

## 3. 分解质因数的应用

(1) 见积分解质因数

(2) 求乘积末尾有几个连续的0

## 智慧基石

## 例 1

把 120 分解质因数.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 120} \\ 2 \overline{) 60} \\ 2 \overline{) 30} \\ 3 \overline{) 15} \\ 5 \end{array}$$

$$120 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5$$

## 练一练

三个连续偶数的乘积是 960, 这三个数的和是多少?

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 960} \\ 2 \overline{) 480} \\ 2 \overline{) 240} \\ 2 \overline{) 120} \\ 2 \overline{) 60} \\ 2 \overline{) 30} \\ 3 \overline{) 15} \\ 5 \end{array}$$

$$\begin{aligned} 960 &= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5 \\ &= 2^6 \times 3 \times 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &(2 \times 2 \times 2) \times (2 \times 3 \times 2) \times (2 \times 5) \\ &= 8 \times 12 \times 10. \\ &8 + 12 + 10 = 30. \end{aligned}$$

## 例2

有两个两位数的积是 3927，这两个数的和是几？

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 3927} \\ 7 \overline{) 1308} \\ 11 \overline{) 187} \\ 17 \end{array}$$

$$\begin{aligned} 3927 &= 3 \times 7 \times 11 \times 17 \\ &= (3 \times 17) \times (7 \times 11) \\ &= 51 \times 77 \\ 51 + 77 &= 128. \end{aligned}$$

## 练一练

四个连续奇数的连乘积是 326025，它们的和是 96。

$$\begin{array}{r} 5 \overline{) 326025} \\ 5 \overline{) 65205} \\ 7 \overline{) 13041} \\ 3 \overline{) 1863} \\ 3 \overline{) 621} \\ 3 \overline{) 207} \\ 3 \overline{) 69} \\ 23 \end{array}$$

$$\begin{aligned} 326025 &= 3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 5 \times 7 \times 23 \\ &= (3 \times 3 \times 3) \times (5 \times 5 \times 5) \times (7) \times (23) \\ &= 27 \times 125 \times 7 \times 23 \\ 21 + 23 + 25 + 27 &= 96. \end{aligned}$$

## 例3

边长为自然数，面积为 165 的形状不同的长方形共有多少种？

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 165} \\ 5 \overline{) 55} \\ 11 \end{array}$$

$$\begin{aligned} 165 &= 3 \times 5 \times 11 \\ &= 1 \times 165 \\ &= 3 \times 55 \\ &= 5 \times 33 \end{aligned}$$

共有 4 种

## 练一练

用一个两位数除 1170，余数是 78，求这个两位数？

$$1170 - 78 = 1092$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 1092} \\ 2 \overline{) 546} \\ 3 \overline{) 273} \\ 7 \overline{) 131} \\ 13 \end{array}$$

$$1092 = 2 \times 2 \times 3 \times 7 \times 13$$

除数 > 78，且为两位数。

两个质因数： $7 \times 13 = 91$

三个质因数： $13 \times 3 \times 2 = 78$  (舍)

四个质因数： $2 \times 2 \times 3 \times 7 = 84$

这个两位数是 91 或 84。

## 例 4

王老师带着班上同学（不超过 100 人）去植树，学生按人数正好可以平均分成三组。已知师生共植了 154 棵树，老师与学生每人植的树一样多，并且不超过 10 棵。共有多少学生？每人植树多少棵？

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 154} \\ 7 \overline{) 77} \\ 11 \end{array}$$

$$\text{总棵数} = \text{每人棵数} \times \text{人数}$$

$$154 = 2 \times 7 \times 11$$

3 的倍数多的因数 7, 22。

每人棵数不超过 10 棵，故总人数为 22 人。

$$22 = 3 \times 7 + 1$$

$$= 21 + 1$$

即共有学生 21 人 每人植树 7 棵。

## 练一练

$\bigcirc \times (\square + \triangle) = 209$ ，在  $\bigcirc$ 、 $\square$ 、 $\triangle$  中各填一个质数，使上面算式成立。

$$209 = 11 \times 19$$

质 + 质 = 奇，必有 2。

$$11 - 2 = 9 \text{ (舍)}$$

$$19 - 2 = 17$$

所以  $209 = 11 \times (2 + 17)$

## 例 5

不计算，判断一下， $18 \times 925 \times 34 \times 475 \times 60$  的积的末尾共有多少个连续的 0？

$$\begin{aligned}
 18 &= 2 \times 3^2 \\
 925 &= 5^2 \times 37 \\
 34 &= 2 \times 17 \\
 475 &= 5^2 \times 19 \\
 60 &= 2^2 \times 3 \times 5
 \end{aligned}$$

$$2 \text{ 有: } 1+1+2=4 \text{ (个)}$$

$$5 \text{ 有: } 2+2+1=5 \text{ (个)}$$

共有 4 个连续的 0。

## 练一练

要使  $75 \times (\quad) \times 184 \times 125 \times 60$  的乘积的尾数有 7 个连续的 0，括号里最少应该填多少？

$$\begin{aligned}
 75 &= 3 \times 5^2 \\
 184 &= 2^3 \times 23 \\
 125 &= 5^3 \\
 60 &= 2^2 \times 3 \times 5
 \end{aligned}$$

$$2 \text{ 有: } 3+2=5 \text{ (个)}$$

$$5 \text{ 有: } 2+3+1=6 \text{ (个)}$$

$$750 \Rightarrow 7 \text{ 个 } 2, 7 \text{ 个 } 5.$$

$$\text{差 } 2 \text{ 个 } 2, 1 \text{ 个 } 5.$$

$$2 \times 2 \times 5 = 20.$$

即括号最少填 20。

## 例 6

100! 积的末尾有多少个 0？

2 个数一定比 5 多，只需考虑 5 的个数。

$$\text{含有 } 5 \text{ 的: } 100 \div 5 = 20 \text{ (个)}$$

$$\text{含有 } 25 \text{ 的: } 100 \div 25 = 4 \text{ (个)}$$

$$20 + 4 = 24 \text{ (个)}$$

共有 24 个 0。

## 练一练

1000! 积的末尾有多少个 0？

$$\text{含有 } 5 \text{ 的: } 1000 \div 5 = 200 \text{ (个)}$$

$$\text{含有 } 25 \text{ 的: } 1000 \div 25 = 40 \text{ (个)}$$

$$\text{含有 } 125 \text{ 的: } 1000 \div 125 = 8 \text{ (个)}$$

$$\text{含有 } 625 \text{ 的: } 1000 \div 625 = 1 \text{ (个)} \cdots 375$$

$$200 + 40 + 8 + 1 = 249 \text{ (个)}$$

有 249 个 0。

## 智慧高峰

把 40、44、45、63、65、78、99、105 这八个数平分成两组，使每组四个数的乘积相等。

$$40 = 2^3 \times 5$$

$$44 = 2^2 \times 11$$

$$45 = 3^2 \times 5$$

$$63 = 3^2 \times 7$$

$$65 = 5 \times 13$$

$$78 = 2 \times 3 \times 13$$

$$99 = 3^2 \times 11$$

$$105 = 3 \times 7 \times 5$$

$$A: 99 \quad 65 \quad 40 \quad 63$$

$$B: 44 \quad 78 \quad 45 \quad 105$$

## 智慧攻略

## 1. 分解质因数的基本概念

- A. 认识质因数的概念
- B. 掌握分解质因数的概念

## 2. 分解质因数的方法

## 3. 分解质因数的应用

- A. 见积分解质因数
- B. 求乘积末尾有几个连续的 0

## 智慧磨炼

1. 把 360 分解质因数.

$$\begin{array}{r}
 2 \overline{) 360} \\
 \underline{2 \overline{) 180}} \\
 \underline{2 \overline{) 90}} \\
 \underline{3 \overline{) 45}} \\
 \underline{3 \overline{) 15}} \\
 5
 \end{array}$$

$$360 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5$$

2. 三个连续自然数的乘积是 210, 求这三个数是多少?

$$\begin{array}{r}
 2 \overline{) 210} \\
 \underline{3 \overline{) 105}} \\
 \underline{5 \overline{) 35}} \\
 7
 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 210 &= 2 \times 3 \times 5 \times 7 \\
 &= 5 \times (2 \times 3) \times 7 \\
 &= 5 \times 6 \times 7
 \end{aligned}$$

3. 有四个孩子, 恰好一个比一个大 1 岁, 他们年龄相乘的积等于 3024, 那么他们各多少岁?

$$\begin{array}{r}
 2 \overline{) 3024} \\
 2 \overline{) 1512} \\
 \underline{2 \overline{) 756}} \\
 2 \overline{) 378} \\
 \underline{3 \overline{) 189}} \\
 \underline{3 \overline{) 63}} \\
 \underline{3 \overline{) 21}} \\
 7
 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 3024 &= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 7 \\
 &= (2 \times 3) \times 7 \times (2 \times 2 \times 2) \times (3 \times 3) \\
 &= 6 \times 7 \times 8 \times 9
 \end{aligned}$$

4. 李老师带领一部分同学去植树, 同学们正好可以平均分成 3 组, 如果师生每人植树的棵树一样多, 则共植了 155 棵树. 平均每人植树多少棵?

$$\begin{aligned}
 155 &= 5 \times 31 \\
 &= 5 \times (3 \times 10 + 1) \\
 &\text{平均每人植树 5 棵.}
 \end{aligned}$$

- 5.
- $25 \times 36 \times 35 \times 12 \times 75 \times 20$
- 积的末尾有几个连续的零?

$$\begin{aligned}
 25 &= 5^2 \\
 36 &= 2^2 \times 3^2 \\
 35 &= 5 \times 7 \\
 12 &= 2^2 \times 3 \\
 75 &= 3 \times 5^2 \\
 20 &= 2^2 \times 5
 \end{aligned}$$

$$2 \text{ 有 } 2+2+2=6(\text{个})$$

$$5 \text{ 有 } 2+1+2+1=6(\text{个})$$

共有 6 个连续的 0.