

09

第九讲

中考必对专题之阴影部分面积

九年级数学

平行线教育线上课程
2020 年

PARALLEL EDUCATION

新的数学方法和概念，
常常比解决数学问题本身更重要。

—— 华罗庚

第九讲 中考必对专题之阴影部分面积

智慧导航

1. 规则图形面积的求法

(1) 三角形: $S_{\triangle} = \frac{1}{2}a \cdot h$;

(2) 扇形: $S = \frac{n}{360^{\circ}} \cdot \pi r^2$;

(3) 弓形: $S = S_{\text{扇形}} - S_{\triangle}$.

2. 不规则图形面积的求法——转化为规则图形

(1) 割补法;

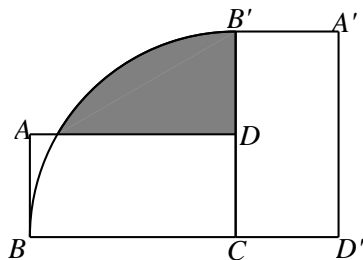
(2) 等面积法;

(3) 整体法.

智慧基石

例 1

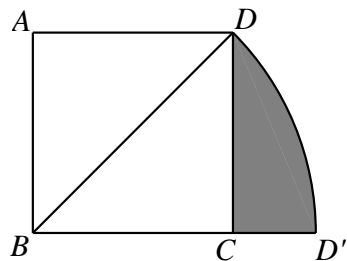
1. 如图, 将矩形 $ABCD$ 绕点 C 沿顺时针方向旋转 90° 到矩形 $A'B'CD'$ 的位置时, 若 $AB=2$, $AD=4$, 则阴影部分的面积为_____.



【答案】 $\frac{8}{3}\pi - 2\sqrt{3}$.

练一练

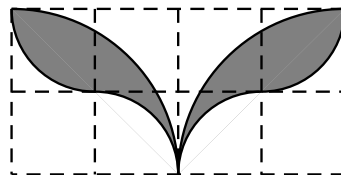
如图, 在正方形 $ABCD$ 中, 对角线 BD 的长为 $\sqrt{2}$. 若将 BD 绕点 B 旋转后, 点 D 落在 BC 延长线上的点 D' 处, 点 D 经过的路径为 DD' , 则图中阴影部分的面积是_____.



【答案】 $\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}$.

例 2

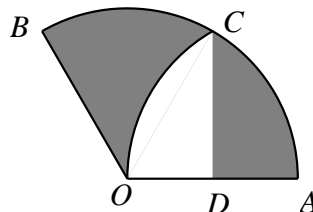
1. 如图, 小方格都是边长为 1 的正方形, 则以格点为圆心, 半径为 1 和 2 的两种弧围成的“叶状”阴影图案的面积为_____.



【答案】 $2\pi - 4$.

练一练

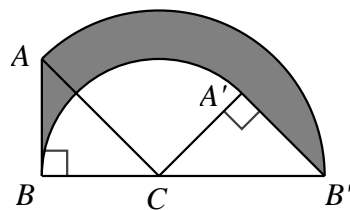
已知, 如图, 扇形 AOB 中, $\angle AOB = 120^\circ$, $OA = 2$, 若以 A 为圆心, OA 长为半径画弧交弧 AB 于点 C , 过点 C 作 $CD \perp OA$, 垂足为 D , 则图中阴影部分的面积为_____.



【答案】 $\frac{2}{3}\pi + \frac{\sqrt{3}}{2}$.

例 3

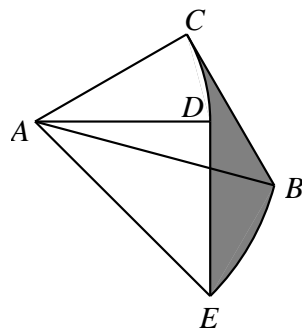
1. 如图，等腰 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle B = 90^\circ$ ， $AB = 1$ ，将 $\text{Rt}\triangle ABC$ 绕点 C 按顺时针方向旋转，得到 $\text{Rt}\triangle A'B'C$ ，且 B 、 C 、 B' 三点共线，则边 AB 扫过的面积（图中阴影部分）是_____.



【答案】 $\frac{3}{8}\pi$.

练一练

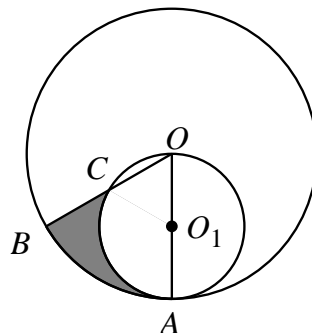
在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $AC = BC = 6$ ，以 A 为旋转中心将 $\triangle ABC$ 顺时针旋转 30° 得到 $\triangle ADE$ ，则图中阴影部分的面积 = _____.



【答案】 3π .

例4

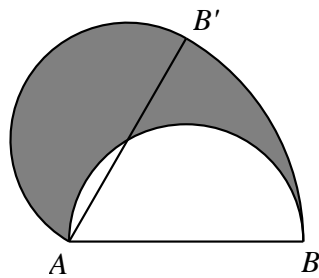
1. $\odot O$ 的半径 $OA=4$ ，以 OA 为直径作 $\odot O_1$ 交 $\odot O$ 的另一半径 OB 于点 C ，当 C 为 OB 的中点时，图中阴影部分的面积 $S=$ _____.



【答案】 $\frac{4}{3}\pi - \sqrt{3}$.

练一练

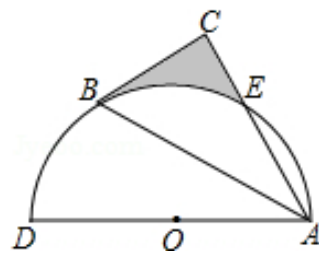
如图，直径 AB 为 3 的半圆，绕 A 点逆时针旋转 60° ，此时点 B 到了点 B' 处，则图中阴影部分的面积是_____.



【答案】 $\frac{3}{2}\pi$.

例 5

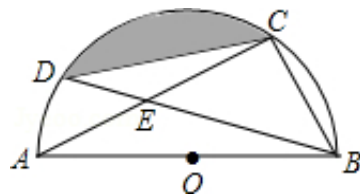
1. 如图，以 AD 为直径的半圆 O 经过 $\text{Rt}\triangle ABC$ 的斜边 AB 的两个端点，交直角边 AC 于点 E 。 B 、 E 是半圆弧的三等分点，若 $OA = 2$ ，则图中阴影部分的面积为_____。



【答案】 $\frac{3\sqrt{3}}{2} - \frac{2}{3}\pi$ 。

练一练

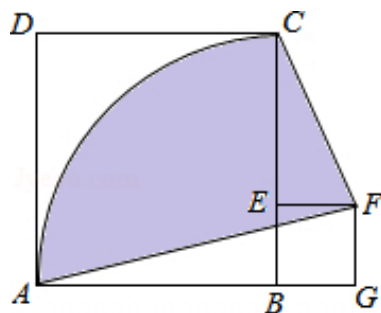
已知，如图，点 C 、 D 在 $\odot O$ 上，直径 $AB = 6\text{cm}$ ，弦 AC 、 BD 相交于点 E 。若 $CE = BC$ ，则阴影部分面积为_____。



【答案】 $\frac{9}{4}\pi - \frac{9}{2}$ 。

例 6

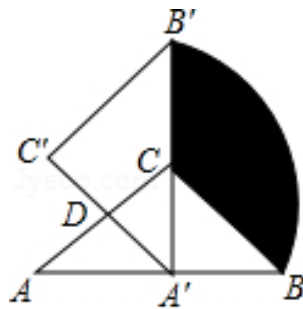
1. 如图, 正方形 $ABCD$ 的边长为 3, 点 E 在 BC 上, 四边形 $EFGB$ 也是正方形, 以 B 为圆心, BA 长为半径画 AC , 连结 AF , CF , 则图中阴影部分面积为_____.



【答案】 $\frac{9}{4}\pi$.

练一练

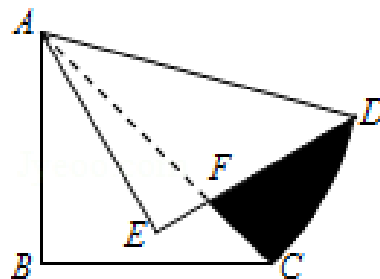
- 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = BC = 2$, 将 $\triangle ABC$ 绕 AC 的中点 D 逆时针旋转 90° 得到 $\triangle A'B'C'$, 其中点 B 的运动路径为 BB' , 则图中阴影部分的面积为_____.



【答案】 $\frac{5}{4}\pi - \frac{3}{2}$.

智慧高峰

1. 如图, $\text{Rt}\triangle ACB$, $\angle ABC = 90^\circ$, $AB = BC = 2$, 现将 $\text{Rt}\triangle ABC$ 绕点 A 逆时针旋转 30° 得到 $\triangle AED$, 则图中阴影部分的面积是_____.



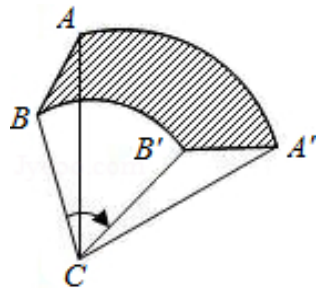
【答案】 $\frac{2}{3}\pi - 2\sqrt{3} + 2$.

智慧攻略

1. 重点：阴影部分面积计算的公示、方法
2. 难点：
 - A. 如何转化为规则类图形；
 - B. 辅助线怎么连接；
 - C. 计算.

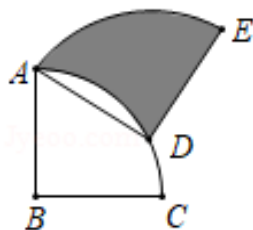
智慧磨炼

1. 如图，将 $\triangle ABC$ 绕点 C 旋转 60° 得到 $\triangle A'B'C$ ，已知 $AC = 7$ ， $BC = 5$ ，则线段 AB 扫过的图形面积为_____.



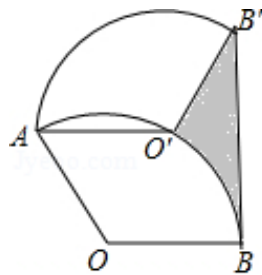
【答案】 4π .

2. 如图，将半径为 2，圆心角为 90° 的扇形 BAC 绕 A 点逆时针旋转 60° ，点 B ， C 的对应点分别为点 D ， E ，则阴影部分的面积为_____.



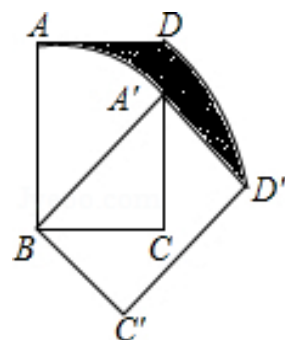
【答案】 $\frac{\pi}{3} + \sqrt{3}$.

3. 如图，将半径为 2，圆心角为 120° 的扇形 OAB 绕点 A 逆时针旋转 60° ，点 O ， B 的对应点分别为 O' ， B' ，连接 BB' ，则图中阴影部分的面积是_____.



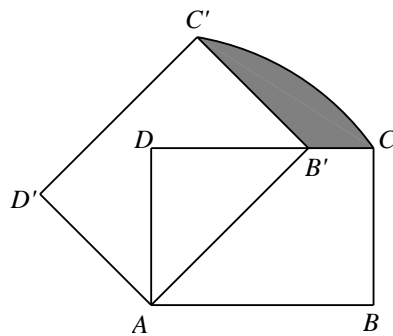
【答案】 $2\sqrt{3} - \frac{2}{3}\pi$.

4. 如图, 在矩形 $ABCD$ 中 $AB = \sqrt{2}$, $BC = 1$, 将矩形 $ABCD$ 绕顶点 B 旋转得到矩形 $A'BC'D'$, 点 A' 恰好落在矩形 $ABCD$ 的边 CD 上, 则 AD 扫过的部分 (即阴影部分) 面积为_____.



【答案】 $\frac{\pi}{8}$.

5. 如图, 矩形 $ABCD$ 中, $AB = \sqrt{2}$, $BC = 1$, 将矩形 $ABCD$ 绕点 A 旋转得到矩形 $AB'C'D'$, 点 C 的运动路径为弧 CC' , 当点 B' 落在 CD 上时, 则图中阴影部分的面积为_____.



【答案】 $\frac{3}{8}\pi - \sqrt{2} + \frac{1}{2}$.