

# 10

第十讲

中考必对专题之折叠专题

九年级数学

平行线教育线上课程  
2020年

PARALLEL EDUCATION

新的数学方法和概念，  
常常比解决数学问题本身更重要。

—— 华罗庚

## 第十讲 中考必对专题之折叠专题

## 智慧导航

## 1. 中考折叠常见题型

- (1) 三角形存在性：等腰三角形、直角三角形、等腰直角三角形、相似（全等）三角形；  
 (2) 特殊落点类问题：动点落在边、对角线、对称轴、三等分点位置等.

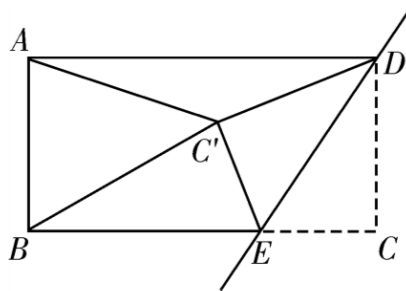
## 2. 处理思路

- (1) 分类：  
 ①三角形存在性类问题：根据三角形自身特征进行分类，如等腰三角形（腰相等），直角三角形（ $90^\circ$ ），等腰直角三角形（ $90^\circ$ ）等；  
 ②落点问题：根据落点的特殊进行选择分类.
- (2) 画图：（分类结束考虑重新画图）  
 ①对于折痕的处理：对应点连线的垂直平分线，对应线段组成角的角平分线；  
 ②如果折痕过定点可以考虑轨迹圆；  
 ③如果出现两定一动的类型（三角形存在性问题中的三角形是两个定点和一个动点），可以根据轨迹来找点：等腰三角形（两圆一线），直角三角形（两线一圆）.
- (3) 计算：  
 ①如果出现常见的折叠结构，可以考虑使用一般结论；  
 ②结构不明显则解三角形，可以使用勾股定理，相似，三角函数，等面积法等.

## 智慧基石

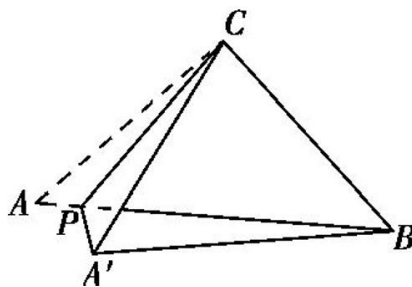
## 例1

1. 在矩形  $ABCD$  中,  $AB=2$ ,  $AD=4$ , 点  $E$  在  $BC$  边上, 把  $\triangle DEC$  沿  $DE$  翻折后, 点  $C$  落在  $C'$  处. 若  $\triangle ABC'$  恰为等腰三角形, 则  $CE$  的长为\_\_\_\_\_.



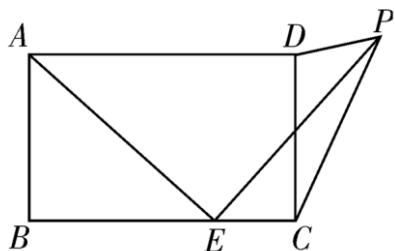
## 练一练

- 如图, 在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle ACB=90^\circ$ ,  $AC=BC$ , 点  $P$  是  $AB$  边上的动点, 沿  $PC$  所在的直线折叠  $\triangle PAC$ ,  $A$  的对应点为  $A'$ , 连接  $A'B$ , 则当  $A'B=A'C$  时,  $\angle ACP$  的度数为\_\_\_\_\_.



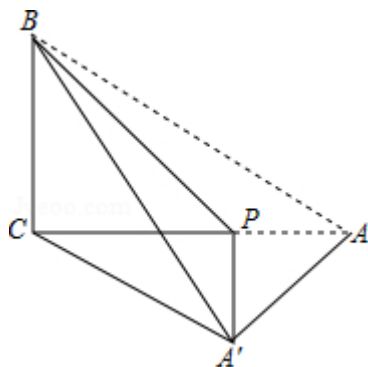
## 例2

1. 如图, 在矩形  $ABCD$  中,  $AB=3$ ,  $BC=5$ , 点  $E$  为  $BC$  边上一个动点, 连接  $AE$ , 将线段  $AE$  绕点  $E$  顺时针旋转  $90^\circ$ , 点  $A$  落在点  $P$  处, 当点  $P$  在矩形  $ABCD$  外部时, 连接  $PC$ ,  $PD$ . 若  $\triangle DPC$  为直角三角形, 则  $BE$  的长为\_\_\_\_\_.



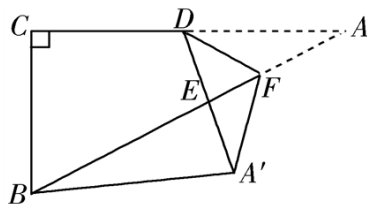
## 练一练

- 如图, 在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle ACB=90^\circ$ , 且  $AC=8$ ,  $BC=6$ . 点  $P$  是边  $AC$  上一动点, 以直线  $BP$  为轴把  $\triangle ABP$  折叠, 使得点  $A$  落在图中点  $A'$  处, 当  $\triangle AA'C$  是直角三角形时, 则线段  $CP$  的长是\_\_\_\_\_.



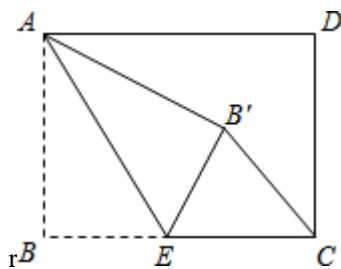
## 例3

1. 在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle C = 90^\circ$ ,  $AC = 4\sqrt{3}$ ,  $BC = 4$ , 点  $D$  是  $AC$  的中点, 点  $F$  是边  $AB$  上一动点, 沿  $DF$  所在直线把  $\triangle ADF$  翻折到  $\triangle A'DF$  的位置. 若线段  $A'D$  交  $AB$  于点  $E$ , 且  $\triangle BA'E$  为直角三角形, 则  $BF$  的长为\_\_\_\_\_.



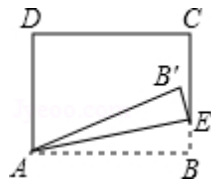
## 练一练

- 如图, 长方形  $ABCD$  中,  $AB = 3$ ,  $BC = 4$ , 点  $E$  是  $BC$  边上任一点, 连接  $AE$ , 把  $\angle B$  沿  $AE$  折叠, 使点  $B$  落在点  $B'$  处, 当  $CE$  的长为\_\_\_\_\_时,  $\triangle CEB'$  恰好为直角三角形.



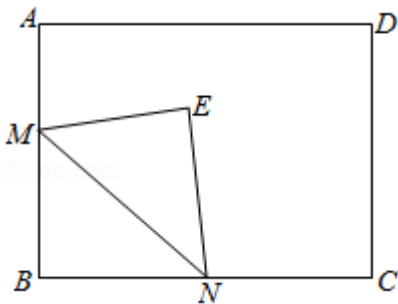
## 例4

1. 如图, 在矩形  $ABCD$  中,  $AB=5$ ,  $BC=3$ , 点  $E$  为射线  $BC$  上一动点, 将  $\triangle ABE$  沿  $AE$  折叠, 得到  $\triangle AB'E$ . 若  $B'$  恰好落在射线  $CD$  上, 则  $BE$  的长为\_\_\_\_\_.



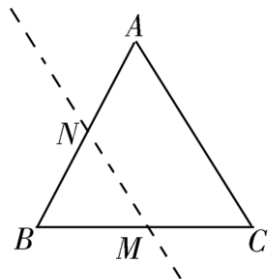
## 练一练

- 如图, 矩形  $ABCD$  中,  $AB=8$ ,  $BC=10$ , 点  $N$  为边  $BC$  的中点, 点  $M$  为  $AB$  边上任意一点, 连接  $MN$ , 把  $\triangle BMN$  沿  $MN$  折叠, 使点  $B$  落在点  $E$  处, 若点  $E$  恰在矩形  $ABCD$  的对称轴上, 则  $BM$  的长为\_\_\_\_\_.



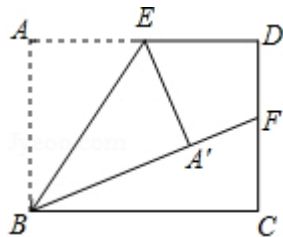
## 例5

1. 如图, 在等边三角形  $ABC$  中,  $AB = 2\sqrt{3}$ ,  $M$  为边  $BC$  的中点,  $N$  为边  $AB$  上的任意一点 (不与  $A, B$  重合). 若点  $B$  关于直线  $MN$  的对称点  $B'$  恰好落在等边三角形  $ABC$  的边上, 则线段  $BN$  的长为\_\_\_\_\_.



## 练一练

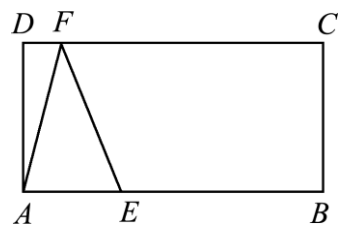
如图, 在矩形  $ABCD$  中,  $BC = 4$ , 点  $E$  是  $AD$  的中点, 将矩形  $ABCD$  沿直线  $BE$  折叠, 点  $A$  对应点为点  $A'$ , 延长  $BA'$ , 交边  $DC$  于点  $F$ . 若点  $F$  是  $DC$  的三等分点, 则  $CD$  的长为\_\_\_\_\_.





## 智慧高峰

1. 在矩形  $ABCD$  中,  $AB=6$ ,  $AD=3$ ,  $E$  是  $AB$  边上一点,  $AE=2$ ,  $F$  是直线  $CD$  上一动点, 将  $\triangle AEF$  沿直线  $EF$  折叠, 点  $A$  的对应点为点  $A'$ , 当点  $E, A', C$  三点在一条直线上时,  $DF$  的长度为\_\_\_\_\_.



## 智慧攻略

折叠问题的重难点：

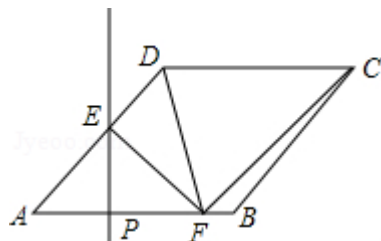
重点：折叠问题中的相关计算；

熟练掌握基本结构与计算技巧将会对这类问题的处理有非常有用的帮助。

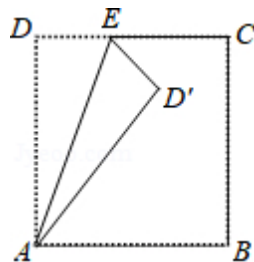
难点：折叠问题中的分类与画图。

## 智慧磨炼

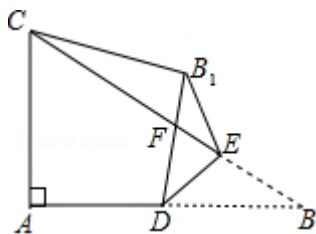
1. 如图, 在菱形  $ABCD$  中,  $\angle DAB = 45^\circ$ ,  $AB = 4$ , 点  $P$  为线段  $AB$  上一动点, 过点  $P$  作  $PE \perp AB$  交  $AD$  于点  $E$ , 沿  $PE$  将  $\angle A$  折叠, 点  $A$  的对称点为点  $F$ , 连接  $EF$ 、 $DF$ 、 $CF$ , 当  $\triangle CDF$  为等腰三角形时,  $AP$  的长为\_\_\_\_\_.



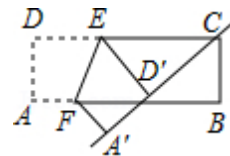
2. 如图, 矩形  $ABCD$  中,  $AD = 5$ ,  $AB = 4$ , 点  $E$  为  $DC$  上一动点, 把  $\triangle ADE$  沿  $AE$  折叠, 点  $D$  的对应点为  $D'$ , 连接  $DD'$ , 当  $\triangle DD'C$  是直角三角形时,  $DE$  的长为\_\_\_\_\_.



3. 如图, 在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle A = 90^\circ$ ,  $AC = 2$ ,  $\angle B = 30^\circ$ , 点  $D$  是  $AB$  的中点, 点  $E$  是边  $BC$  上一动点, 沿  $DE$  所在直线把  $\triangle BDE$  翻折到  $\triangle B_1DE$  的位置,  $B_1D$  交  $BC$  于点  $F$ . 若  $\triangle CB_1F$  为直角三角形, 则  $CB_1$  的长为\_\_\_\_\_.



4. 如图, 在矩形  $ABCD$  中,  $AD=2$ ,  $AB=6$ , 点  $E, F$  分别是边  $CD, AB$  上的动点,  $\angle AFE$  为钝角. 将四边形  $AFED$  沿  $EF$  折叠, 当点  $A, D$  的对应点  $A', D'$  与点  $C$  在同一条直线上, 且点  $D'$  为  $A'C$  的三等分点时,  $AF$  的长为\_\_\_\_\_.



5. 在矩形纸片  $ABCD$  中,  $AB=8$ ,  $BC=20$ ,  $F$  为  $BC$  的中点, 沿过点  $F$  的直线翻折, 使点  $B$  落在边  $AD$  上, 折痕交矩形的一边于  $G$ , 则折痕  $FG =$ \_\_\_\_\_.

