

# 08

## 第八讲 有趣的重叠

六年级数学

平行线教育线上课程  
2020 年

PARALLEL EDUCATION

书籍是青年人不可以分离的生命伴侣  
和导师。

—— 高尔基



## 第八讲 有趣的重叠

## 智慧导航

1. 应用题中的重叠
2. 数论中的重叠
3. 几何中的重叠

## 智慧基石

## 例 1

六(1)班同学坚持参加体育锻炼. 体育委员对班级爱好打乒乓球、羽毛球的情况做了统计: 85%的人爱好打乒乓球, 75%的人爱好打羽毛球, 还有 10%的人既不爱好打乒乓球也不爱好打羽毛球. 请求出这个班爱好打乒乓球和羽毛球两项活动的人数占总人数的百分之几?

【解答】解:  $85\% + 75\% - (1 - 10\%) = 70\%$

答: 这个班爱好打乒乓球和羽毛球两项活动的人数占总人数的 70%.

## 练一练

在 1~100 中, 不能被 2 整除, 也不能被 3 整除的数一共有多少个?

【解答】解:  $100 \div 2 = 50$  (个)

$100 \div 3 \approx 33$  (个)

$100 \div 6 \approx 16$  (个)

$50 + 33 - 16 = 67$  (个)

$100 - 67 = 33$  (个)

答: 在 1~100 中, 不能被 2 整除, 也不能被 3 整除的数一共有 33 个.

## 例2

某校 200 名学生参加语、数、英三科竞赛的情况如下：参加语文竞赛的有 78 人，参加数学竞赛的有 98 人，参加英语竞赛的有 82 人，既参加语文又参加数学竞赛的有 28 人，既参加数学又参加英语竞赛的有 26 人，既参加语文又参加英语竞赛的有 18 人，有 2 人这三项竞赛都不参加。问：三项都参加的共有多少人？

【解答】解：根据题干分析，可设三项都参加人数为  $x$  人，根据题意可得方程：

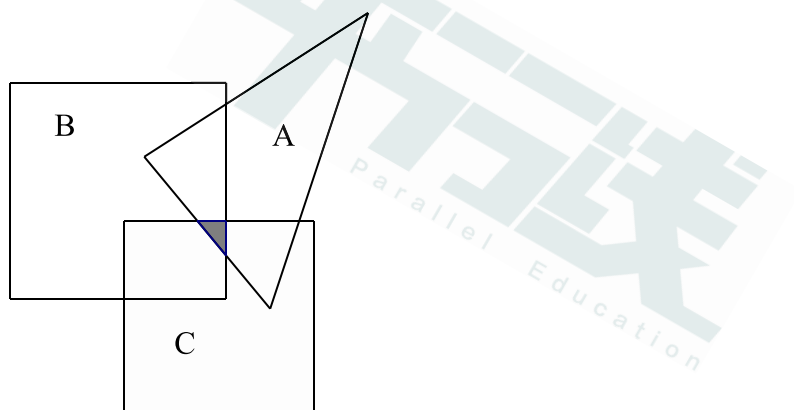
$$78+98+82-28-26-18+x=200-2$$

$$x=12$$

答：三项都参加的有 12 人。

## 练一练

如图所示， $A$ 、 $B$ 、 $C$  分别代表面积为 12，28，16 的三张不同形状的纸片，它们放在一起盖住的面积为 38，且  $A$  与  $B$ ， $B$  与  $C$ ， $C$  与  $A$  公共部分面积为 8，7，6，求  $A$ 、 $B$ 、 $C$  三个图形公共部分（阴影部分）的面积是多少？



【解答】解：设阴影部分的面积是  $x$ ，由容斥原理知

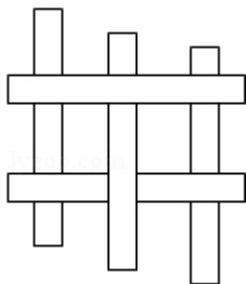
$$(12+28+16) - (8+7+6) + x = 38$$

$$x=3$$

答： $A$ 、 $B$ 、 $C$  三个图形公共部分（阴影部分）的面积为 3。

## 例3

如图，将五条长为20厘米，宽为2厘米的矩形纸条垂直相交平放在桌面上，则桌面被盖住的面积是多少平方厘米？



【解答】解： $20 \times 2 \times 5 - 2 \times 2 \times 6 = 176$ （平方厘米）；

答：桌面被盖住的面积是176平方厘米。

## 练一练

如图，3个边长为2的正方形，甲的中心在乙的一个顶点上，乙的中心在丙的一个顶点上，甲与丙不重叠，求甲、乙、丙总共覆盖的面积是多少？



【解答】解：如图，



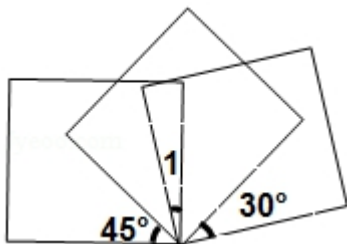
甲、乙重合部分面积是： $2^2 \div 4 = 1$ 。

同理乙、丙重合部分面积是：1，

$\therefore$  甲乙丙总共覆盖面积是： $2^2 \times 3 - 1 \times 2 = 10$ ；

## 例4

三个正方形叠放在一起，如图所示。求： $\angle 1$  的度数。



【解答】解： $\angle 1 + \angle 2 = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$

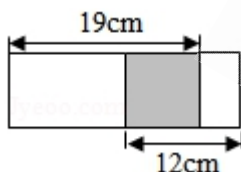
$\angle 1 + \angle 3 = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$

$\angle 1 = 45^\circ + 60^\circ - 90^\circ = 15^\circ$

答： $\angle 1$  的度数是  $15^\circ$ 。

## 练一练

如图，大长方形中的阴影部分是一个正方形，大长方形的周长是多少厘米？



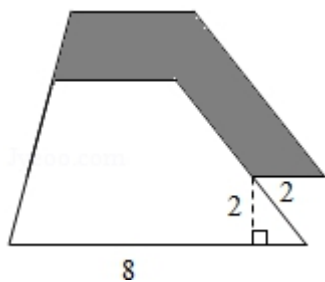
【解答】解：设正方形的边长为  $x$  厘米，则长方形的长为  $(19+12-x)$  厘米，因为正方形的边长等于长方形的宽，因此大长方形的周长是：

$[(19+12-x) + x] \times 2 = 62$  (厘米)；

答：大长方形的周长是 62 厘米。

## 例5

如图，两个完全一样的梯形重叠在一起，求阴影部分的面积。（单位：厘米）

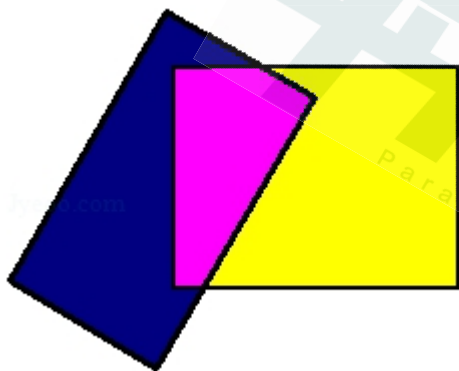


【解答】解： $(8 - 2 + 8) \times 2 \div 2 = 14$ （平方厘米）

答：阴影部分的面积是 14 平方厘米。

## 练一练

如图，两张规格不同的贺卡叠放在一起，重叠部分的面积是大贺卡面积的  $\frac{3}{5}$ ，是小贺卡面积的  $\frac{3}{4}$ ，若两张贺卡不重叠部分的面积等于 270 平方厘米，求重叠部分的面积。



【解答】解：由大贺卡面积  $\times \frac{3}{5} =$  小贺卡面积  $\times \frac{3}{4}$  可得：

$$\text{大贺卡面积} : \text{小贺卡面积} = \frac{3}{4} : \frac{3}{5} = \frac{5}{4},$$

把大贺卡面积看作 5 份，小贺卡面积是 4 份，

则重叠部分的面积是 3 份，

所以两张贺卡不重叠部分的面积是  $5 + 4 - 3 \times 2 = 3$  份，

$270 \div 3 \times 3 = 270$ （平方厘米）；

答：重叠部分的面积为 270 平方厘米。

## 例 6

奶奶买回鸡、鸭、鹅各一只，鸡和鹅共重 13 千克，鸡和鸭共重 10 千克，鸭和鹅共重 15 千克，鸡、鸭、鹅各重多少千克？

【解答】解：设鸡的重量是  $a$ ，鸭的重量是  $b$ ，鹅的重量是  $c$ ，则：

$$a+b=10, \text{ ①}$$

$$a+c=13, \text{ ②}$$

$$b+c=15, \text{ ③}$$

② - ① 可得：

$$a+c - (a+b) = 13 - 10,$$

$$c - b = 3, \text{ ④}$$

再用③+④可得：

$$b+c+c-b=15+3,$$

$$c=9;$$

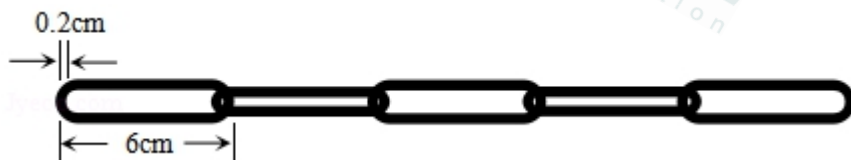
那么  $a=13-9=4$  (千克);

$b=15-9=6$  (千克);

答：鸡重 4 千克，鸭重 6 千克，鹅重 9 千克。

## 练一练

用 5 个长 6 厘米的铁环，连成一条铁链，每个铁环的铁丝粗 0.2 厘米。把这条铁链拉直后全长多少厘米？



【解答】解： $6 \times 5 - 0.2 \times 8 = 28.4$  (厘米)

答：把这条铁链拉直后全长 28.4 厘米。



## 智慧高峰

如图1是一个长方形从正方形的左边运行到右边，每秒钟运行2厘米，图2是长方形运行过程中与正方形重叠面积的总分关系图。

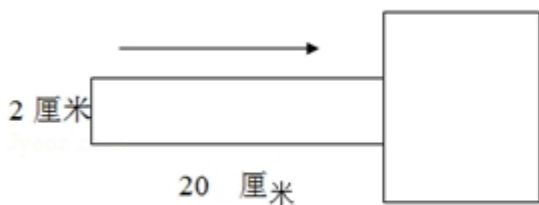


图1

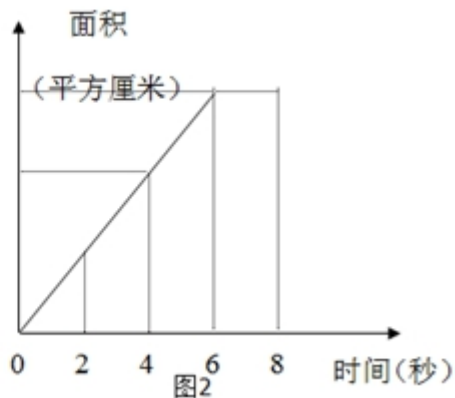


图2

(1) 运行2秒后，重叠面积是多少平方厘米？

(2) 正方形的边长是多少厘米？

(3) 重叠面积最大是多少平方厘米？

【解答】解：(1) 长方形的长是： $2 \times 2 = 4$ （厘米），宽是2厘米，重叠的面积是： $4 \times 2 = 8$ （平方厘米）。

(2) 正方形的边长是运行6秒后的长度： $6 \times 2 = 12$ （厘米）。

(3) 重叠面积最大是： $12 \times 2 = 24$ （平方厘米）；

## 智慧攻略

1. 重点：对于重叠关系的理解和运用

2. 重叠在不同类型中的灵活运用

## 智慧磨炼

1. 某班有48人，会打篮球的有25人，会打排球的有18人，都不会的有12人。既会打篮球又会打排球的有多少人？

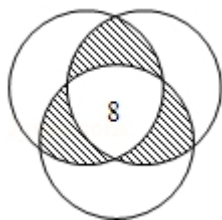
【解答】解： $48 - 12 = 36$ （人），

$25 + 18 = 43$ （人），

$43 - 36 = 7$ （人），

答：既会打篮球又会打排球的有7人。

2. 有三个面积各为 20 平方厘米的圆纸片放在桌面上. 三个纸片共同重叠的面积是 8 平方厘米, 三个纸片盖住桌面的总面积是 36 平方厘米. 那么图中阴影部分的面积之和是多少平方厘米?



【解答】解:  $20 \times 3 - 36 - 8 \times 2 = 8$  (平方厘米)

答: 图中阴影部分的面积和是 8 平方厘米.

3. 已知  $A+B=27$ ,  $B+C=32$ ,  $A+C=29$ , 那么  $A+B+C$  的值是多少?

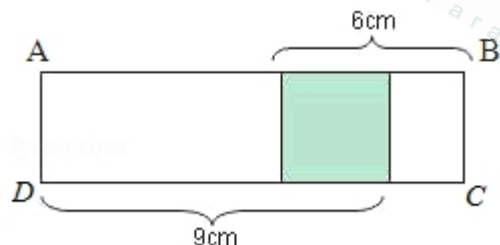
【解答】解:  $A+B=27$ ,  $B+C=32$ ,  $A+C=29$  把这三个算式相加可得:

$$A+B+B+C+A+C=27+32+29$$

$$(A+B+C) \times 2 = 88$$

$$\text{那么 } A+B+C = 88 \div 2 = 44.$$

4. 图中涂色部分为正方形, 那么图中长方形  $ABCD$  的周长是多少厘米?



【解答】解: 设正方形的边长为  $x$  厘米, 则长方形  $ABCD$  的长为:

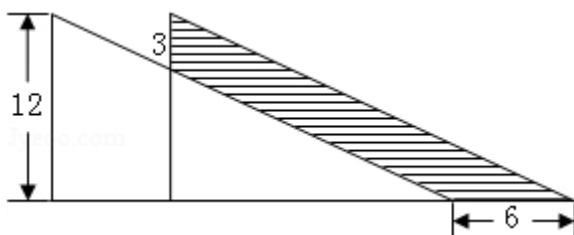
$$(9+6-x) = (15-x) \text{ 厘米},$$

长方形  $ABCD$  的周长是:

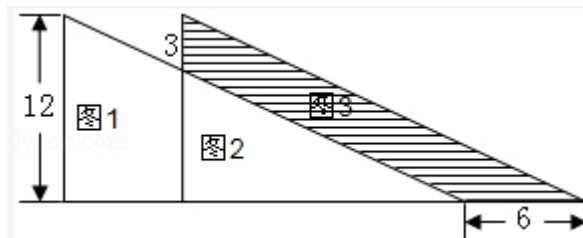
$$(15-x+x) \times 2 = 30 \text{ (厘米)};$$

答: 长方形  $ABCD$  的周长是 30 厘米.

5. 如图是两个相同的直角三角形叠在一起, 求阴影部分的面积. (单位: 厘米)



【解答】解：



因为图1的面积+图2的面积=图2的面积+图3的面积，

所以：图1的面积=图3的面积，

图1是一个梯形，上底是12厘米，下底是 $12 - 3 = 9$ （厘米），该梯形的高是6厘米，

所以阴影面积也就是图1的面积是：

$$(12+9) \times 6 \div 2 = 63 \text{ (平方厘米)}$$

答：阴影部分的面积是63平方厘米。