

08

第八讲 一元一次不等式（组）的应用

八年级数学

平行线教育线上课程
2020 年

PARALLEL EDUCATION

时间是个常数，但也是个变数。
勤奋的人无穷多，懒惰的人无穷少。

—— 字严

第八讲一元一次不等式(组)的应用

智慧导航

1. 一元一次不等式(组)的应用

步骤：审、设、列、解、验、答

2. 常见的表示不等关系的语言

表示不等关系的词：不超过，至少，小于，低于，不满，不足，不低于……同学们还能想到哪些，欢迎补充

智慧基石

例 1

1. 3 个小组计划在 10 天内生产 500 件产品（每天生产量相同），按原先的生产速度，不能完成任务；如果每个小组每天比原先多生产 1 件产品，就能提前完成任务，每个小组原先每天生产多少件产品？

思考：（1）“不能完成任务”是什么意思？

按原先的生产速度，10 天生产的产品数量 $<$ 500；

（2）“提前完成任务”是什么意思？

提高生产速度后，每天生产的产品数量是 比原先多 1 件，10 天的产品数量 $>$ 500.

解：设每个小组原先每天生产 x 件产品，

$$\begin{cases} 3 \times 10x < 500 \\ 3 \times 10(x+1) > 500 \end{cases}$$

$$\text{解得 } 15\frac{2}{3} < x < 16\frac{2}{3}$$

∵ x 为整数，

$$\therefore x = 16$$

答：每个小组原先每天生产 16 件产品。

练一练

市政公司为绿化铁路沿线，计划购买甲、乙两种树苗共 500 株，甲种树苗每株 50 元，乙种树苗每株 80 元。有关统计表明：甲、乙两种树苗的成活率分别为 90% 和 95%。

(1) 若购买树苗的钱不超过 34000 元，应如何选购树苗？

(2) 若希望这批树苗的成活率不低于 92%，且购买树苗的费用最低，应如何选购树苗？

思考：① 设购买甲种树苗 x 株，则乙种树苗 $(500-x)$ 株。

② “买树苗的钱不超过 34000 元” 列式 $50x + 80(500-x) \leq 34000$

③ “这批树苗成活率不低于 92%” 列式 $\frac{90\%x + 95\%(500-x)}{500} \geq 92\%$

例 2

1. 某中学为八年级寄宿学生安排宿舍，如果每间 4 人，那么有 20 人无法安排，如果每间 8 人，那么有一间不空也不满，求宿舍间数和寄宿学生人数。

解：设宿舍共 x 间，人数共 $(4x+20)$ 人。

$$\begin{cases} 4x+20 - 8(x-1) > 0 \\ 4x+20 - 8(x-1) < 8 \end{cases}$$

解得 $5 < x < 7$

∴ x 为整数，

∴ $x=6$

答：有宿舍 6 间，寄宿学生数 44 人。

练一练

把一些书分给几名同学，如果每人分 3 本，那么余 6 本；如果前面的每名同学分 5 本，那么最后一人就分不到 3 本，这些书有_____本，共有_____人. (C)

A. 27, 7

B. 24, 6

C. 21, 5

D. 18, 4

例 3

1. 爆破施工时，导火索燃烧的速度是 0.8 m/s ，人跑开的速度是 5 m/s ，为了使点火的战士在施工时能跑到 100 m 以外的安全地区，导火索至少需要多长？

解：设导火索 x 米

$$\frac{x}{0.8} \times 5 \geq 100$$

$$x \geq 16$$

∴ 导火索至少 16 米

练一练

王凯家到学校 2.1 千米，现在需要在 18 分钟内走完这段路，已知王凯步行速度为 90 米/分，跑步速度为 210 米/分，问王凯至少需要跑几分钟？

解：设王凯需跑 x 分钟

$$210x + 90(18 - x) \geq 2100$$

$$x \geq 4$$

∴ 王凯至少需要跑 4 分钟

例4

1. 某工人师傅计划在连续4周内生产零件160个，前两周每天生产6个（一周按5天计算），后来改进技术，并提前1天超额完成任务，问后两周实际平均每天至少生产多少个零件？

解：设后两周实际平均每天至少生产 x 个零件。

$$6 \times 10 + (10-1)x \geq 160$$

$$\therefore x \geq 11\frac{1}{9}$$

答：后两周实际平均每天至少生产 $11\frac{1}{9}$ 个零件。

练一练

某车间工人刘伟接到一项任务，要求10天里加工完190个零件，最初2天，每天加工15个，要在规定时间内完成任务，以后每天至少加工零件个数为（C）

A. 18

B. 19

C. 20

D. 21

例5

1. 某商场销售A，B两种品牌的多媒体教学设备，这两种多媒体教学设备的进价和售价如表所示

	A	B
进价（万元/套）	2	1.6
售价（万元/套）	2.6	2

(1) 若该商场计划购进两种多媒体教学设备若干套，共需124万元，全部销售后可获毛利润36万元，则该商场计划购进A，B两种品牌的多媒体教学设备各多少套？

(2) 通过市场调研，该商场决定在(1)中所购总数量不变的基础上，减少A种设备的购进数量，增加B种设备的购进数量，若用于购进这两种多媒体教学设备的总资金不超过120万元，且全部销售后可获毛利润不少于33.6万元，问有几种购买方案？并写出购买方案。

解：(1) 设该商场计划购进A种 x 套，B种 y 套。

$$\begin{cases} 2x + 1.6y = 124 \\ (2.6-2)x + (2-1.6)y = 36 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 50 \\ y = 25 \end{cases}$$

∴ 方案一：A种50套，B种25套

方案二：A种25套，B种50套

方案三：A种40套，B种35套

(2) 设A种 m 套，B种 $(15-m)$ 套

$$\begin{cases} 2m + 1.6(15-m) \leq 120 \\ (2.6-2)m + (2-1.6)(15-m) \geq 33.6 \end{cases}$$

解得 $38 \leq m \leq 60$

∵ m 为整数

∴ $m = 38, 39, \dots, 60$

练一练

为保护环境，我市某公交公司计划购买A型和B型两种环保节能公交车共10辆，若购买A型公交车1辆，B型公交车2辆，共需400万元；若购买A型公交车3辆，B型公交车2辆，共需600万元。

(1) 求购买A型和B型公交车每辆各需多少万元？

(2) 预计在某线路上A型和B型公交车每辆年均载客量分别为60万人次和100万人次。若该公司购买A型和B型公交车的总费用不超过1200万元，且确保这10辆公交车在该线路的年均载客总和不少于680万人次，则该公司有哪几种购车方案？

(3) 在(2)的条件下，哪种购车方案总费用最少？最少总费用是多少万元？

解：(1) 设A型车x元，B型车y元

$$\begin{cases} x + 2y = 400 \\ 3x + 2y = 600 \end{cases}$$

$$\therefore \begin{cases} x = 100 \\ y = 150 \end{cases}$$

答：A型100元/辆，B型150元/辆。

(2) 设A型a辆，B型(10-a)辆

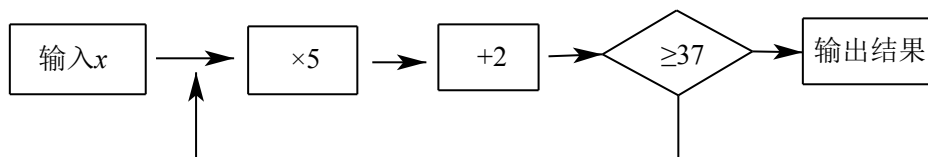
$$\begin{cases} 100a + 150(10-a) \leq 1200 \\ 60a + 100(10-a) \geq 680 \end{cases}$$

$$\therefore 6 \leq a \leq 8$$

$$\therefore a = 6, 7, 8$$

$$\text{即 } 10-a = 4, 3, 2$$

1. 如图所示的是一个运算程序。



例如：根据所给的运算程序可知，当 $x=5$ 时， $5 \times 5 + 2 = 27 < 37$ ，再把 $x=27$ 代入，得

$5 \times 27 + 2 = 137 > 37$ ，则输出的值为137。

(1) 填空：当 $x=10$ 时，输出的值为52；当 $x=2$ 时，输出的值为62。

(2) 若需要经过两次运算才能输出结果，求 x 的取值范围。

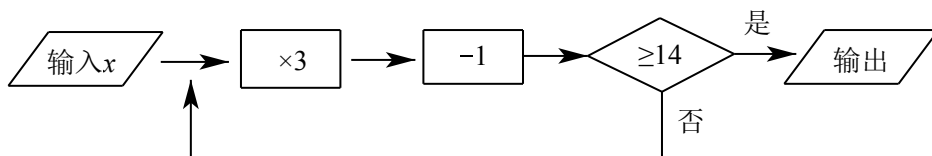
$$\begin{cases} 5x + 2 < 37 \\ 5(5x + 2) + 2 \geq 37 \end{cases}$$

$$\therefore 1 \leq x < 7$$

$$\therefore x \text{ 取值范围 } 1 \leq x < 7$$

练一练

按图中程序计算,规定:从“输入一个值 x ”到“结果是否 ≥ 14 ”为一次程序操作,如果程序操作进行了两次才停止,则 x 的取值范围为 $2 \leq x < 5$.



智慧高峰

1. 宏远商贸公司有 A 、 B 两种型号的商品需运出,这两种商品的体积和质量分别如下表所示:

	体积(m^3 / 件)	质量(吨 / 件)
A 型商品	0.8	0.5
B 型商品	2	1

- (1) 已知一批商品有 A 、 B 两种型号,体积一共是 $20m^3$,质量一共是10.5吨,求 A 、 B 两种型号商品各有几件?

$$\begin{cases} 0.8x + 2y = 20 \\ 0.5x + y = 10.5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=25 \\ y=8 \end{cases}$$

- (2) 物流公司现有可供使用的货车每辆额定载重3.5吨,容积为 $6m^3$,其收费方式有以下两种:

- ①按车收费:每辆车运输货物到目的地收费600元;
- ②按吨收费:每吨货物运输到目的地收费200元.

要将(1)中的商品一次或分批运输到目的地,宏远商贸公司应如何选择运送、付费方式运费最少并求出该方式下的运费是多少元?

解: ①按车收费: $10.5 \div 3.5 = 3$ (辆)

$$6 \times 3 = 18 < 20,$$

∴ 3辆车不行,需4辆车 $4 \times 600 = 2400$ (元)

$$\text{② 按吨收费: } 200 \times 10.5 = 2100 \text{ (元)}$$

$$\text{③ 先用3辆车运 } 18m^3 \text{ 剩 } 1 \text{ 件 } B \text{ 型 } 3 \times 600 = 1800 \text{ (元)}$$

再运1件 B 型,付费 $200 \times 1 = 200$ (元)

$$\therefore \text{共付: } 1800 + 200 = 2000 \text{ (元)}$$

$$\because 2000 < 2100 < 2400$$

∴ 先用3辆车运 $18m^3$,再按吨收,费用最少为2000元

智慧攻略

1. 一元一次不等式(组)的应用

步骤：审、设、列、解、验、答

审：从实际问题中找不等关系；

设：设出未知数；

列：根据不等关系列出不等式(组)；

解：解不等式组；

验：从不等式组的解集中得到符合问题实际意义的解；

答：写出答语。

智慧磨炼

1. 商场购进某种商品 m 件，每件按进价加价 30 元售出全部商品的 65%，然后再降价 10%，这样每件仍可获利 18 元，又售出全部商品的 25%。

(1) 试求该商品的进价和第一次的售价；

(2) 为了确保这批商品总的利润率不低于 25%，剩余商品的售价应不低于多少元？

解：(1) 设进价为 x 元，售价为 y 元

$$\begin{cases} y - x = 30 \\ (1 - 10\%)y - x = 18 \end{cases}$$

$$\therefore \begin{cases} x = 20 \\ y = 50 \end{cases}$$

 答：商品进价为 20 元，第一次售价为 50 元

(2) 设剩余商品的售价为 a 元

$$30 \times 65\% m + 18 \times 25\% m + (a - 20)(1 - 65\% - 25\%)m \geq 25\%$$

 解这个不等式， $a \geq 25$
 答：剩余商品的售价不低于 25 元

2. 某文化商店计划同时购进 A、B 两种仪器，若购进 A 种仪器 2 台和 B 种仪器 3 台，共需要资金 1700 元；若购进 A 种仪器 3 台，B 种仪器 1 台，共需要资金 1500 元。

(1) 求 A、B 两种型号的仪器每台进价各是多少元？

(2) 已知 A 种仪器的售价为 760 元/台，B 种仪器的售价为 540 元/台。该经销商决定在成本不超过 30000 元的前提下购进 A、B 两种仪器，若 B 种仪器是 A 种仪器的 3 倍还多 10 台，那么要使总利润不少于 21600 元，该经销商有哪几种进货方案？

解：(1) 设 A 为 x 元，B 为 y 元

$$\begin{cases} 2x + 3y = 1700 \\ 3x + y = 1500 \end{cases}$$

 解得 $\begin{cases} x = 400 \\ y = 300 \end{cases}$
 答：A 为 400 元，B 为 300 元

(2) 设购进 A 为 a 台，B 为 $(3a + 10)$ 台

$$\begin{cases} 400a + 300(3a + 10) \leq 30000 \\ (760 - 400)a + (540 - 300)(3a + 10) \geq 21600 \end{cases}$$

 解得 $17\frac{1}{3} \leq a \leq 20\frac{10}{13}$
 $\therefore a$ 为整数
 $\therefore a$ 可取 18, 19, 20
 ① 购进 A 18 台，B 56 台
 ② 购进 A 19 台，B 58 台
 ③ 购进 A 20 台，B 61 台