08

第八讲

平行线的拓展

七年级数学

平行线教育线上课程
2020 年

PARALLEL EDUCATION

数学是一种理性的精神，使人类的思维得以运用到最完善的程度。

——克莱因

第八讲 平行线的拓展

智慧导航

1．平行线的性质与判定

（1）平行线的性质：平行 ⟶ 角

① 两直线平行，同位角相等；

② 两直线平行，内错角相等；

③ 两直线平行，同旁内角互补．

（2）平行线的判定：角 ⟶ 平行

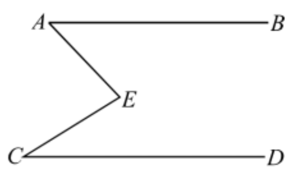
① 同位角相等，两直线平行；

② 内错角相等，两直线平行；

③ 同旁内角互补，两直线平行．

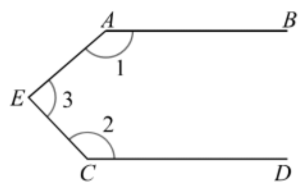
2．平行线中常见的结构

（1）“M”型结构



若 $AB /\!/ CD$，则 $\angle A+\angle C=\angle AEC$．

（2）“铅笔”型结构

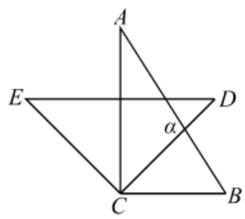


若 $AB /\!/ CD$，则 $\angle 1+\angle 2+\angle 3=360°$．

智慧基石

例 1

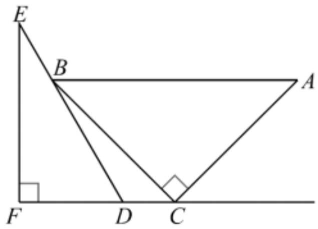
1． 将一副直角三角板按如图方式放置，使直角顶点 C 重合，当 $DE /\!/ BC$ 时，$\angle\alpha$ 的度数是（ A ）



A．105°　　B．115°　　C．95°　　D．110°

练一练

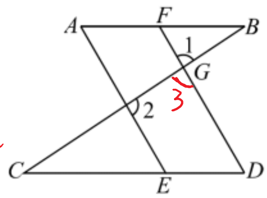
一副直角三角板如图放置，点 C 在 FD 的延长线上，$AB // CF$，$\angle F=\angle ACB=90°$，$\angle E=30°$，$\angle A=45°$，则 $\angle DBC$ 的度数为（ C ）



A．25°　　B．20°　　C．15°　　D．18°

例 2

1．如图，$\angle 1+\angle 2=180°$，$\angle A=\angle D$，求证：$AB // CD$．



证明：$\because \angle 1=\angle 3$

$\angle 1+\angle 2=180°$

$\therefore \angle 2+\angle 3=180°$

$\therefore AE // DF$

$\therefore \angle D=\angle AEC$

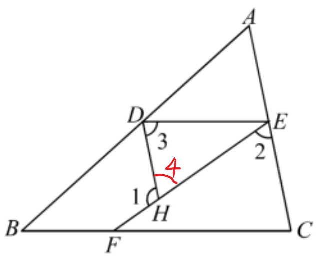
$\because \angle A=\angle D$

$\therefore \angle A=\angle AEC$

$\therefore AB // CD$

练一练

如图，$\angle 1+\angle 2=180°$，$\angle 3=\angle C$，求证：$DE // BC$．



证明：$\because \angle 1+\angle 2=180°$

$\angle 1+\angle 4=180°$

$\therefore \angle 2=\angle 4$

$\therefore AC // DH$

$\therefore \angle 3=\angle AED$

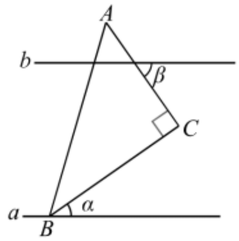
$\because \angle 3=\angle C$

$\therefore \angle AED=\angle C$

$\therefore DE // BC$

例 3

1. 如图，直线 $a // b$，$Rt\triangle ABC$ 的顶点 B 在直线 a 上，$\angle C = 90^\circ$，$\angle\beta = 55^\circ$，则 $\angle\alpha$ 的度数为___35°___.

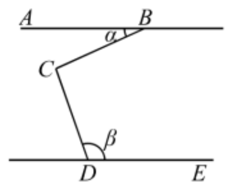


练一练

如图，$\angle BCD = 95^\circ$，$AB // DE$，则 $\angle\alpha$ 与 $\angle\beta$ 满足（ D ）

$95^\circ = \alpha + 180^\circ - \beta$

$\therefore \beta - \alpha = 85^\circ$



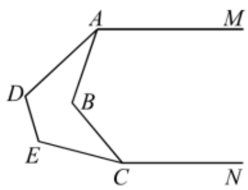
A. $\angle\alpha + \angle\beta = 95^\circ$　　B. $\angle\beta - \angle\alpha = 95^\circ$　　C. $\angle a + \angle\beta = 85^\circ$　　D. $\angle\beta - \angle\alpha = 85^\circ$

例 4

1. 如图，若 $AM // CN$.

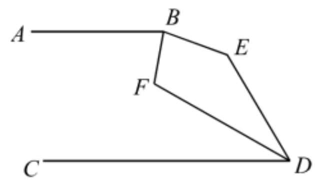
（1）$\angle MAB + \angle ABC + \angle BCN =$___360°___.

（2）$\angle MAD + \angle ADE + \angle DEC + \angle ECN =$___540°___.



练一练

如图，已知 $AB // CD$，$\angle ABE$ 和 $\angle CDE$ 的平分线相交于 F，$\angle E = 140°$，则 $\angle BFD$ 的度数为 $\underline{\ 110°\ }$.



智慧高峰

1.（1）如图①，$MA_1 // NA_2$，则 $\angle A_1 + \angle A_2 = \underline{\ 180°\ }$.

如图②，$MA_1 // NA_3$，则 $\angle A_1 + \angle A_2 + \angle A_3 = \underline{\ 360°\ }$.

如图③，$MA_1 // NA_4$，则 $\angle A_1 + \angle A_2 + \angle A_3 + \angle A_4 = \underline{\ 540°\ }$.

如图④，$MA_1 // NA_5$，则 $\angle A_1 + \angle A_2 + \angle A_3 + \angle A_4 + \angle A_5 = \underline{\ 720°\ }$.

从上述结论中你发现了什么规律？请你在图②，图③，图④中选一个证明你的结论.

（2）如图⑤，$MA_1 // NA_n$，则 $\angle A_1 + \angle A_2 + \angle A_3 + \cdots + \angle A_n = \underline{\ (n-1)180°\ }$

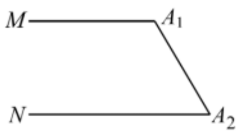
② 证明：过点 A_2 作 $A_2B // A_1M$

$\because MA_1 // A_2B // A_3N$

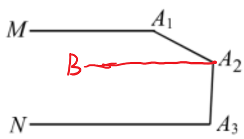
$\therefore \angle A_1 + \angle A_1A_2B = 180°$

$\therefore \angle A_3 + \angle A_3A_2B = 180°$

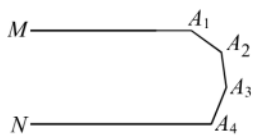
$\therefore \angle A_1 + \angle A_1A_2A_3 + \angle A_3 = 360°$



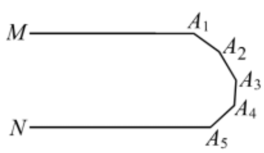
图①



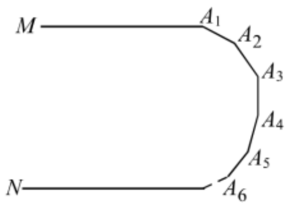
图②



图③



图④



图⑤

2. 已知直线$l_1 // l_2$，直线l_3和直线l_1、l_2交于点C和D，点P是直线l_3上一动点.

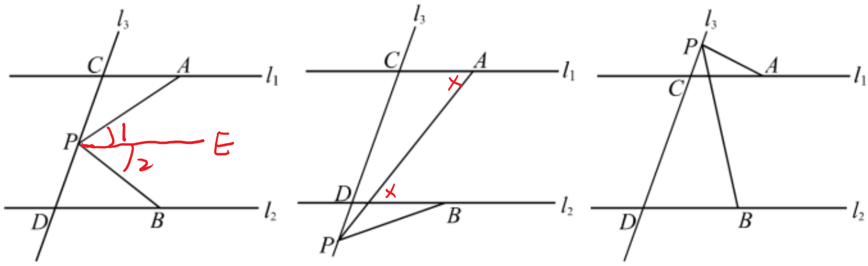


图 1　　　图 2　　　图 3

（1）如图 1，当点P在线段CD上运动时，$\angle PAC$，$\angle APB$，$\angle PBD$之间存在什么数量关系？请你猜想结论并说明理由.

（2）当点P在C、D两点的外侧运动时（P点与点C、D不重合，如图 2 和图 3），上述（1）中的结论是否还成立？若不成立，请直接写出$\angle PAC$，$\angle APB$，$\angle PBD$之间的数量关系，不必写理由.

(1) $\angle APB = \angle PAC + \angle PBD$

过点P作 $PE // l_1$,

$\because PE // l_1 // l_2$

$\therefore \angle PAC = \angle 1$,

$\angle PBD = \angle 2$

$\therefore \angle APB = \angle 1 + \angle 2$

$= \angle PAC + \angle PBD$

$\therefore \angle APB = \angle PAC + \angle PBD$

(2) 图2: $\angle PAC = \angle APB + \angle PBD$

图3: $\angle PBD = \angle PAC + \angle APB$

第8讲

智慧攻略

1. 重点：平行线判定与性质的使用

2. 构造辅助线要点：

① 延长已知截线或连接平行线上已知点构造截线；

② 过已知点做已知直线的平行线；

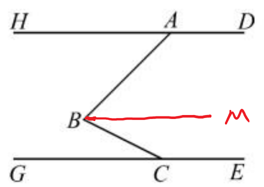
③ 延长平行线与其它线相交.

智慧磨炼

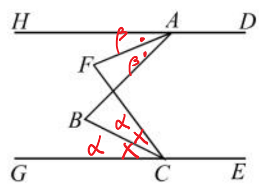
1. 如图①，已知 $\angle DAB+\angle ABC+\angle BCE=360°$.

（1）求证： $AD// CE$.

（2）在（1）的条件下，如图②，作 $\angle BCF=\angle BCG$ ， CF 与 $\angle BAH$ 的平分线交于点 F，若 $\angle F$ 的余角等于 $2\angle B$ 的补角，求 $\angle BAH$ 的度数.



图①



图②

(1) 证明：过点B作BM // DH

$\therefore \angle BAD+\angle ABM=180°$

$\because \angle DAB+\angle ABC+\angle BCE=360°$

$\therefore \angle MBC+\angle BCE=180°$

$\therefore BM // CE$

$\therefore AD // CE$

(2) $\angle B=\alpha+2\beta$

$\angle F=2\alpha+\beta$

$\because 90°-\angle F=180°-2\angle B$

$\therefore 90°-(2\alpha+\beta)=180°-2(\alpha+2\beta)$

$\therefore 90°-2\alpha-\beta=180°-2\alpha-4\beta$

$\therefore 90°-\beta=180°-4\beta$

$\therefore \beta=30°$

$\therefore \angle BAH=2\beta=60°$