

08

第八讲 偶就是 2

五年级数学

平行线教育线上课程

2020 年

PARALLEL EDUCATION

数学是科学的大门和钥匙。

—— 培根



第八讲 偶就是2

智慧导航

1. 认识质数

- (1) 认识质数，合数
(2) 熟练掌握判定质数的方法

2. 见质数想2，见2想奇偶分析

智慧基石

例1

请填写 1-20 个数的因数，看看它们的因数的个数有什么规律？

1 的因数有	1	11 的因数有	1, 11
2 的因数有	1, 2	12 的因数有	1, 2, 3, 4, 6, 12
3 的因数有	1, 3	13 的因数有	1, 13
4 的因数有	1, 2, 4	14 的因数有	1, 2, 7, 14
5 的因数有	1, 5	15 的因数有	1, 3, 5, 15
6 的因数有	1, 2, 3, 6	16 的因数有	1, 2, 4, 8, 16
7 的因数有	1, 7	17 的因数有	1, 17
8 的因数有	1, 2, 4, 8	18 的因数有	1, 2, 3, 6, 9, 18
9 的因数有	1, 3, 9	19 的因数有	1, 19
10 的因数有	1, 2, 5, 10	20 的因数有	1, 2, 4, 5, 10, 20

练一练

一个质数的因数有 2 个，一个合数的因数至少有 3 个，1 既不是质数，也不是合数。

例2

以下9个自然数中，质数有哪些？

57, 61, 70, 83, 101, 139, 1001, 2009, 9453

质数: 61, 83, 101, 139.

练一练

用2、5、7、11这四个质数，三个数相乘减另1个数等于1个数，问这种数是质数的得数有多少个？

$$2 \times 5 \times 7 - 11 = 59 \checkmark$$

$$2 \times 5 \times 11 - 7 = 103 \checkmark$$

$$2 \times 7 \times 11 - 5 = 149 \checkmark$$

$$5 \times 7 \times 11 - 2 = 383 \checkmark$$

共有4个。

例3

有两个一位质数 A 和 B ，巧合的是，两位数 \overline{AB} 和 \overline{BA} 也是质数，那么 $A+B$ 等于多少？

A, B 只能为 1, 3, 7, 9.
 又 A, B 均为质数.
 所以 A, B 只能为 3, 7.
 即: 37 57 73.
 $3+7=10$

练一练

万尼亚想了一个三位质数，各位数字都不相同，如果个位数字等于前两个数字的和，那么这个三位质数的各位数字之和是多少？

设三位质数为 \overline{abc} , $c=a+b$.
 个位只能 1, 3, 7, 9.
 又 $a+b=c$, $c \neq 3$ 或 9, 因为质数不能为 3 的倍数.
 又 a, b, c 均不相同, 所以 $c \neq 1$.
 综上, c 只能为 7.
 $a+b+c=7+7=14$.

例4

有两个质数的和为 99，问这样的质数有多少组？

质+质=99.
 必有2.
 $99-2=97$
 故只有1组.

练一练

已知 a, b, c 是三个质数，且 $a < b < c$, $a+b \times c=93$ ，求 a, b, c 。

$a+b \times c=93$.
 偶+奇=奇.
 $a=2$ $93-2=91$
 $91=7 \times 13$
 因为 $a < b < c$
 即: $a=2$ $b=7$ $c=13$

例 5

A 老师和 B 老师一起聊天，得知他们都是 1985 年出生。其中 A 老师说：“我的生日是公历 7 月 29 日，如果按照农历，则是 6 月 12 日。” B 老师说：“那太巧了，我的公历也是 7 月份，农历也是 6 月，并且我公历和农历的日期都是质数！”，那么 B 老师的生日是公历 7 月几日？

7月29日和6月12日需加或减一个相同的数。

为B老师二公历和农历生日。

因为 29 为奇，12 为偶

设两人生日相差 a 天。

$$\begin{array}{l} 29 \pm a \\ 12 \pm a \end{array} \text{ 均为质数，必有 2。}$$

$$\text{只能 } 12 - a = 2 \quad a = 10 \quad 29 - 10 = 19$$

即 B 老师公历生日，7 月 19 日。

练一练

小林将 6 个不同的数分别写在 3 张卡片的正反面上。已知三张卡片正面的数分别为 24、39、18，反面的数均为质数，且每张卡片正反面的数之和都相等。则反面的三个数的和为多少？

24 偶，39 奇，18 偶，则各自背面数也一样。

所以 39 背面为 2。

$$39 + 2 = 41$$

$$41 - 24 = 17$$

$$41 - 18 = 23$$

$$17 + 23 + 2 = 42$$

例 6

三个不同的质数和是 50，这三个质数的积最大是多少？

$$\text{质} + \text{质} + \text{质} = 50$$

必有 2。

$$50 - 2 = 48$$

$$48 \div 2 = 24$$

$$48 = 23 + 25 \quad \times$$

$$= 19 + 29 \quad \checkmark$$

$$2 \times 19 \times 29 = 1102$$

和一定
差小积大

练一练

如果 a, b 均为质数, 且 $3a+7b=41$, 则 $a+b$ 等于多少?

$$\begin{aligned}
 &41 \text{ 为奇, 所以 } 3a \text{ 与 } 7b \text{ 必一奇一偶.} \\
 &\text{即 } a, b \text{ 中必有一个为 } 2. \\
 &a=2 \text{ 时: } 6+7b=41 \\
 &\quad \quad \quad b=5 \\
 &b=2 \text{ 时: } 3a+14=41 \\
 &\quad \quad \quad a=9 \text{ (舍)} \\
 &\text{所以 } 2+5=7.
 \end{aligned}$$

智慧高峰

若质数 a, b, c 满足 $a \times b \times c = 5 \times (a+b+c)$, 求 3 个质数之和.

$$\begin{aligned}
 &a, b, c \text{ 中必有一个为 } 5. \\
 &\text{令 } c=5. \\
 &a \times b \times 5 = 5 \times (a+b+5) \\
 &\quad ab = a+b+5 \\
 &\quad ab - a - b = 5 \\
 &a(b-1) - (b-1) = 6 \\
 &\quad (a-1)(b-1) = 6 \\
 &\text{当 } 6=1 \times 6 \text{ 时, } a, b \text{ 为 } 7 \text{ 和 } 2. \\
 &\text{当 } 6=2 \times 3 \text{ 时, } a, b \text{ 为 } 3 \text{ 和 } 4 \text{ (舍)}. \\
 &\text{所以 } 2+5+7=14.
 \end{aligned}$$

智慧攻略

1. 重点: 认识质数, 掌握判定质数的方法

- A. 认识质数的概念, 了解不同依据的自然数分类
- B. 熟记 100 以内的质数, 掌握多位质数的个数数字的特点
- C. 掌握试商法判定质数

2. 见质数想 2, 见 2 想奇偶分析

智慧磨炼

1. 因为 2003 是一个质数，所以 2003 年是一个质数年。在 2003 年以后的十年中还有一个质数年，这个质数年的年份是下列选项中的 (D)。

A. 2005 B. 2007 C. 2009 D. 2011

2. 已知 3 个质数的和是 20，那么这 3 个质数乘积的最大值是 (B)。

A. 130 B. 154 C. 182 D. 312

$$20 - 2 = 18$$

$$18 = 7 + 11$$

$$7 \times 11 \times 2 = 154$$

3. 两个质数的乘积一定是 (B)。

A. 质数 B. 合数 C. 奇数 D. 偶数

4. 三个质数 \triangle 、 \square 、 \bigcirc ，如果 $\square > \triangle > 1$ ， $\triangle + \square = \bigcirc$ ，那么 $\triangle = \underline{2}$ 。

5. 已知 a 是质数， b 是奇数，且 $a^2 + b = 2015$ ，则 $a + b = \underline{2013}$ 。

$$\text{偶} + \text{奇} = 2015$$

$$2 = 2 \quad b = 2011$$