第六讲

例一：A

例二：

(1) 证明：∵$\angle A=\angle ABC=90^\circ$

∴$BC\parallel AD$ ∴$\angle CBE=\angle DFE$

又∵E是CD中点

∴$CE=DE$

在△BEC和△FED中

$$\begin{cases}\angle CBE=\angle DFE\\ \angle BEC=\angle FED\\ CE=DE\end{cases}$$

∴$\triangle BEC\cong\triangle FED$

∴$BE=FE$

∴四边形BDFC是平行四边形

(2) ① $BC=BD=3$时

$AB=\sqrt{BD^2-AD^2}=\sqrt{3^2-1^2}=2\sqrt{2}$

∴$S_{\square BDFC}=3\times 2\sqrt{2}=6\sqrt{2}$

② $BC=CD=3$时，过点C作$CG\perp AF$于G，AGCB是矩形

∴$AG=BC=3$，$DG=AG-AD=3-1=2$

∴$CG=\sqrt{CD^2-DG^2}=\sqrt{3^2-2^2}=\sqrt{5}$

∴$S_{\square BDFC}=3\times\sqrt{5}=3\sqrt{5}$

③ $BD=CD$时

在等腰△BCD中，BC边上的中线应垂直于BC

∴$BC=2AD=2$，已知$BC=3$

∴二者矛盾

No

Date

例三、B

例四、C

练一练

(1) 证明：$\triangle ABC$是等边$\triangle$，D是BC中点

$\therefore \angle BAD=\frac{1}{2}\angle BAC=30^\circ$

又$\because \triangle AED$是等边$\triangle$

$\therefore \angle ADE=60^\circ$

$\therefore \angle EDB=90^\circ-60^\circ=30^\circ$

$\because ED\parallel CF$

$\therefore \angle FCB=\angle EDB=30^\circ$

$\angle ACF=\angle ACB-\angle FCB=30^\circ$

$\therefore \angle ACF=\angle BAD=30^\circ$

在$\triangle ABD$和$\triangle CAF$中

$\begin{cases}\angle BAD=\angle ACF\\ AB=CA\\ \angle FAC=\angle B\end{cases}$

$\therefore \triangle ABD\cong\triangle CAF$

$\therefore AD=CF$，又$\because AD=ED$

$\therefore ED=CF$，又$\because ED\parallel CF$

$\therefore$四边形EDCF是▱，$\therefore EF=CD$

(2) $S_{\triangle AEF}:S_{\triangle ABC}=1:4$

(3) 成立

$\because CF\parallel DE$

$\therefore \angle BDE=\angle BCF$

$\angle CFA=\angle B+\angle BCF=60^\circ+\angle BCF$

$\angle BDA=\angle ADF+\angle EDB=60^\circ+\angle EDB$

$\therefore \triangle ABD\cong\triangle CAF$

$\therefore AD=FC$，$\because AD=ED$

$\therefore ED=CF$

又$\because ED\parallel CF$

$\therefore$四边形EDCF是平行四边形

$\therefore EF=DC$

例五、3次

练一练、(1) $\because$ ABQP是平行四边形

$\therefore OA=OC$，$AD\parallel BC$

$\therefore \angle PAO=\angle QCO$

又$\because \angle AOP=\angle CQO$

$\therefore \triangle APO\cong\triangle CQO$ $\therefore AP=CQ=t$

又$\because BC=5$ $\therefore BQ=5-t$

$\because AP\parallel BQ$，$\therefore$四边形ABQP是平行四边形

即$t=5-t$ $\therefore t=2.5$

$\therefore$当$t=2.5$时，四边形ABQP是平行四边形

No

Date

(2) 过A作AH⊥BC于点H，过O作OG⊥BC于点G

在Rt△ABC中，AB=3，BC=5，勾股定理得 AC=4

∴$CD=\frac{1}{2}AC=2$

$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}AB\cdot AC=\frac{1}{2}BC\cdot AH$

∴$5AH=3\times4$　$AH=\frac{12}{5}$

∵AH∥OG，OA=OC　∴GH=CG

∴$OG=\frac{1}{2}AH=\frac{6}{5}$

∴$y=S_{\triangle OCD}+S_{\triangle OCQ}=\frac{1}{2}OC\cdot CD+\frac{1}{2}CQ\cdot OG$

∴$y=\frac{1}{2}\times2\times3+\frac{1}{2}\times t\times\frac{6}{5}=\frac{3}{5}t+3$

例六

(1)证明：连接BD

∵E,H为AB和DA中点

∴EH∥BD，$EH=\frac{1}{2}BD$

∵F,G为BC、CD中点

∴FG∥BD，$FG=\frac{1}{2}BD$

∴EH∥FG，EH=GF

∴中点四边形EFGH是平行四边形

(2) 菱形

证明：连接AC，BD

∵∠APB=∠CPD

∴∠APB+∠APD=∠CPD+∠APD

即∠APC=∠BPD

在△APC和△BPD中 $\begin{cases}AP=PB\\ \angle APC=\angle BPD\\ PC=PD\end{cases}$

∴△APC≌△BPD

且$EF=\frac{1}{2}AC$，$FG=\frac{1}{2}BD$

∴四边形EFGH是菱形

(3) EFGH是正方形

练一练：

(1)证明：∵D,G是AB,AC中点

∴DG∥BC，$DG=\frac{1}{2}BC$

∵E,F是OB,OC中点

∴EF∥BC，$EF=\frac{1}{2}BC$

∴DG=EF，DG∥EF

∴四边形DEFG是平行四边形

(2) ∠OBC+∠OCB=90°

∴∠BOC=90°

∵M是EF中点，OM=3

∴EF=2OM=6

由(1)知 DEFG为平行四边形

∴DG=EF=6

BLP

No

Date

智慧高峰

(1)证明：∵∠B=90°，∠A=60°

∴∠C=30°　AB=½AC=30 cm

CD=4t，AE=2t

又∵DF⊥BC，∠C=30°

∴DF=½CD=2t

∴DF=AE，∵DF∥AE，DF=AE

∴四边形AEFD是平行四边形.

(2) ① ∠DEF=90°时

∵AD∥EF　∴DE⊥AC

∴AE=2AD，即2t=2×(60−4t)

t=12

② ∠EDF=90°时，0

∵DE∥BC，∴∠ADE=∠C=30°

∴AD=2AE，∴60−4t=2t×2，t=$\frac{15}{2}$

综上，当t=12或$\frac{15}{2}$时，△DEF为直角三角形

智慧磨炼

1、AE长为3

2、C

3、(1)证明：∵∠ACB=90°，∠CAB=30°

∴BC=½AB，∠ABC=60°

∵△ABD是等边三角形

∴∠ABD=∠BAD=60°，AB=AD

∴∠ABC=∠BAD，∴BC∥DA

∵点E是线段AB中点

∴CE=½AB=BE=AE

∵∠ABC=60°，∴△BCE是等边三角形

∴∠BEC=60°=∠ABD

∴BD∥CF，且BC∥DA

∴四边形BCFD为平行四边形

(2) 在Rt△ABC中

∵∠BAC=30°，AB=6

∴BC=AF=3，AC=3√3

∵AB=AD=6

∴四边形ADBC面积=$\frac{(3+6)3\sqrt{3}}{2}$=$\frac{27\sqrt{3}}{2}$

No

Date

4、(1) 证明、∵△ABC是等腰△

∴$\angle ABC = \angle C$

又∵$EG \parallel BC$，$DE \parallel AC$

∴$\angle AEG = \angle ABC = \angle C$

∴CDEG是平行四边形，

∴$\angle DEG = \angle C$

又∵$BE = BF$，

∴$\angle BFE = \angle BEF = \angle AEG = \angle ABC$

∴$\angle F = \angle DEG$ ∴$BF \parallel DE$

∴四边形BDEF是平行四边形

作$EN \perp BD$于N，$FM \perp BD$于M，连接DF

(2) ∵$\angle C = 30^\circ$

由(1)知

$\angle ABC = \angle BFE = \angle BEF = \angle NBF = \angle C = 30^\circ$

∴△BDE、△BEF是等腰△

∴$BE = DE = BF$

∵$BN = \frac{1}{2}BD = \sqrt{3}$ ∴$EN = \frac{BN}{\sqrt{3}} = 1$

∴$BF = BE = 2EN = 2$

∴$FM = \frac{1}{2}BF = 1$，$BM = \sqrt{3}FM = \sqrt{3}$

$DF = \sqrt{FM^2 + DM^2} = \sqrt{1 + (3\sqrt{3})^2} = 2\sqrt{7}$

∴D、F两点间距离为$2\sqrt{7}$