第五讲

例一、C

练一练、A、

例二、C、

练一练、B

例三、A

练一练、C

例四、C

练一练 B

例五、

(1) 证明：∵四边形ABCD是平行四边形

∴$AB=CD$，$\angle DAB=\angle BCD$，$\angle B=\angle D$

又∵AE平分$\angle DAB$、CF平分$\angle BCD$

∴$\angle DAE=\frac{1}{2}\angle DAB$，$\angle BCF=\frac{1}{2}\angle BCD$

∴$\angle DAE=\angle BCF$

在$\triangle DAE$和$\triangle BCF$中

$$\begin{cases}\angle D=\angle B\\ DA=BC\\ \angle DAE=\angle BCF\end{cases}$$

∴$\triangle DAE\cong\triangle BCF$

(2) 连接DF和BE、BD

由(1)知 $\triangle DAE\cong\triangle BCF$

∴$DE=BF$

又∵ABCD是平行四边形

∴$DE\parallel BF$

∴四边形BEDF是平行四边形，

BD和EF是其~~[illegible]~~对角线

∴EF与BD互相平分.

练一练：证明：∵四边形ABCD为▱

∴$BO=DO$，$AD=BC$，且$AD\parallel BC$

∴$\angle ADO=\angle CBO$，又∵$\angle FOD=\angle EOB$

在$\triangle FOD$和$\triangle EBO$中

$$\begin{cases}\angle FDO=\angle EBO\\ DO=BO\\ \angle FOD=\angle EOB\end{cases}$$

∴$\triangle FOD\cong\triangle EOB$

∴$FO=EO$

又∵G、H分别为OB、OD中点

∴$GO=HO$

∴四边形GEHF是平行四边形

例六、

(1) 证明：BD是∠ABC角平分线

∴$\angle ABD=\angle DBE$

又∵$DE // AB$，∴$\angle ABD=\angle BDE$

∴$\angle DBE=\angle BDE$

∴$BE=DE$，∵$BE=AF$

∴$AF=DE$

∴四边形ADEF是平行四边形

(2) 过点D作$DG \perp AB$于点G，再过点E作$EH \perp BD$于H

∵$\angle ABC=60°$，BD是∠ABC平分线

∴$\angle ABD=\angle EBD=30°$

∴$DG=\frac{1}{2}BD=\frac{1}{2}\times 4\sqrt{3}=2\sqrt{3}$

∵$BE=DE$，∴$BH=DH=2\sqrt{3}$

∴$BE=\frac{BH}{\cos 30°}=\frac{2\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=4$

∴$DE=4$

∴四边形ADEF面积为：$DE \cdot DG=4\times 2\sqrt{3}=8\sqrt{3}$

练一练

(1) 证明：∵四边形ABCD是平行四边形

∴$AD=BC$，$AD // BC$

又∵$DE=\frac{1}{2}AD$，F是BC中点

∴$DE=FC$，$DE // FC$

∴四边形CEDF是平行四边形

(2) 过D作$DN \perp BC$于N，则$\angle DNC=90°$

∵四边形ABCD是平行四边形，$\angle A=60°$

∴$CD=AB=6$，$BC=AD=7$，$\angle BCD=\angle A=60°$

$\angle CDN=30°$

∵F点BC中点

∴$FC=\frac{1}{2}BC=\frac{7}{2}$，$NC=\frac{1}{2}DC=3$

$DN=\sqrt{3}NC=3\sqrt{3}$

∴$S_{\square CEDF}=CF \cdot DN=\frac{7}{2}\cdot 3\sqrt{3}=\frac{21\sqrt{3}}{2}$

智慧高峰

(1) ①证明：∵$\triangle ABC$、$\triangle PBD$、$\triangle PCE$都是等边△

∴$AB=AC=BC$，$BD=BP=DP$，$CP=CE=EP$

$\angle ABC=\angle DBP=60^\circ$，$\angle ACB=\angle ECP=60^\circ$

∴$\angle BCP=\angle ACE$，$\angle DBA=\angle PBC$

在$\triangle DBA$和$\triangle PBC$中 $\begin{cases} BD=BP \\ \angle DBA=\angle PBC \\ AB=BC \end{cases}$

∴$\triangle DBA\cong\triangle PBC$

∴$AD=CP$，$AD=EP$

同理：$\triangle BCP\cong\triangle ACE$

∴$BP=AE$，$DP=AE$

∴四边形$PEAD$是平行四边形

②解：∵$PB=8$，$PC=6$，$BC=10$

∴$\triangle BPC$是Rt△

∴$\angle BPC=90^\circ$

∵$\triangle PBD$、$\triangle PCE$都是等边△

∴$\angle BPD=\angle CPE=60^\circ$

∴$\angle DPE=360^\circ-\angle BPD-\angle CPE-\angle BPC=150^\circ$

过P作$PH\perp AD$于H

∵四边形$PEAD$是平行四边形

∴$AD\parallel PE$ ∴$\angle HPE=\angle PHD=90^\circ$

∴$\angle DPH=60^\circ$，$PH=\frac{1}{2}DP=\frac{1}{2}PB=4$

∴$S_{四边形PEAD}=PH\cdot AD=PH\cdot PC$

$=4\times6=24$

(2) 当$\triangle PBC$满足P在直线BC上方，且$\angle BPC\neq60^\circ$时，平行四边形$PEAD$一定存在

智慧磨炼

1. B
2. D
3. A
4. ①②④

5(1) ∵$ABCD$是平行四边形

∴$AB=DC$，又$AF=CG$

∴$AB-AF=DC-CG$

即$GD=BF$，又$DG\parallel BF$

∴四边形$DFBG$是平行四边形

(2) 易证$\triangle ADF\cong\triangle CBG$(SAS)

∴$\angle AFD=\angle BGC=\angle DGE=105^\circ$