

05

第五讲 数形结合

五年级数学

平行线教育线上课程

2020 年

PARALLEL EDUCATION

不管数学的任一分支是多么抽象，总有一天会应用在这实际世界上。

—— 罗巴切夫斯基

Parallel Education

第五讲 数形结合

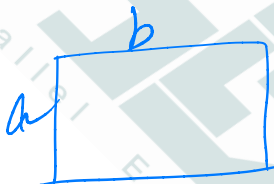
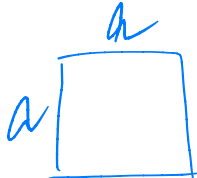
智慧导航

1. 学习数形结合
2. 把抽象数学题转化成几何图形解决问题
3. 建立基本公式与图形的联系

智慧基石

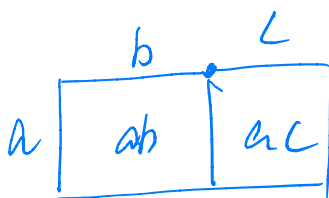
例 1

看到 a^2 ，你能想到哪个图形呢？看到 ab 你又能想到哪个图形了，并把它都画出来。



练一练

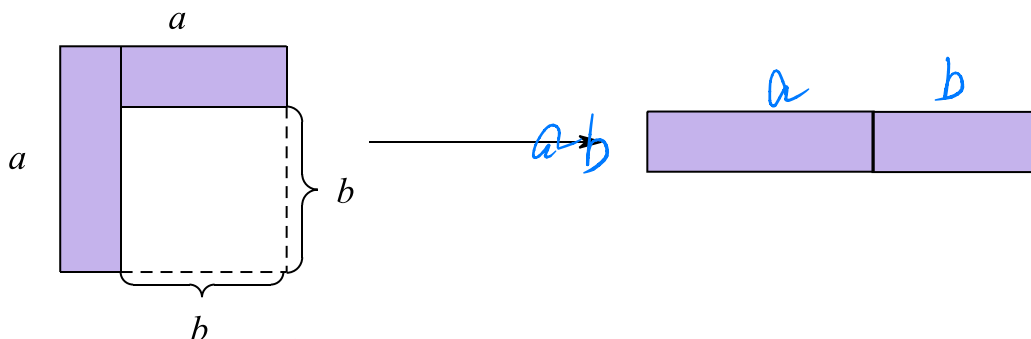
利用数形结合证明一下 $a(b+c) = ab + ac$.



例2

如图,从边长为 a 的大正方形中剪掉一个边长为 b 的小正方形,将阴影部分沿虚线剪开,

拼成右边的长方形, 根据图形的变化过程写出求阴影面积正确的等式 $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$



练一练

学习整式的乘法时, 小明从图1 边长为 a 的大正方形中剪掉一个边长为 b 的小正方形, 将图1 中阴影部分拼成图2 的长方形, 比较两个图中阴影部分的面积, 写出一个关于求阴影面积的等式为 $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$

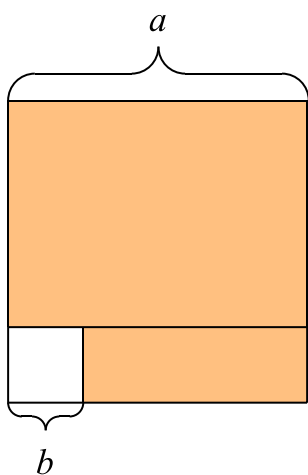


图1

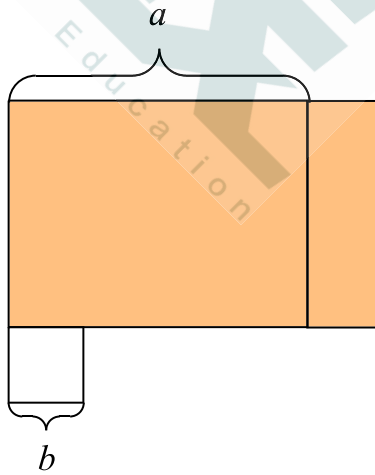
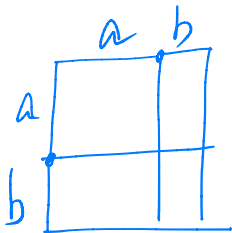


图2

例 3

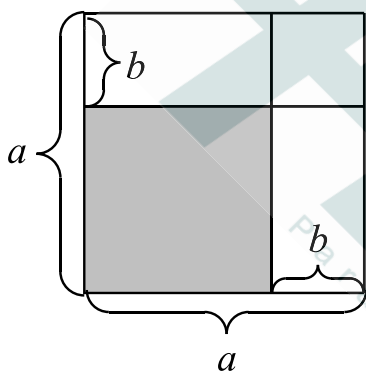
请用画图结合文字说明的方式来解释： $(a+b)^2 \neq a^2 + b^2 (a \neq 0, b \neq 0)$



$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \neq a^2 + b^2$$

练一练

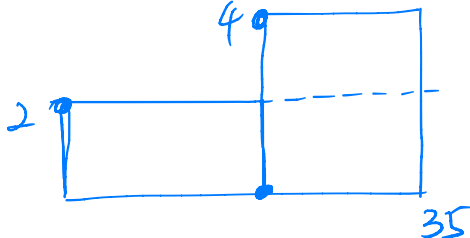
根据如图所示求阴影部分图形的面积可以写出的一个等式是_____.



$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

例 4

小明家养了一些鸡和兔子，同时养在一个笼子里，小明数了数，它们共有 35 个头，110 只脚，求小明家养的兔子只数。



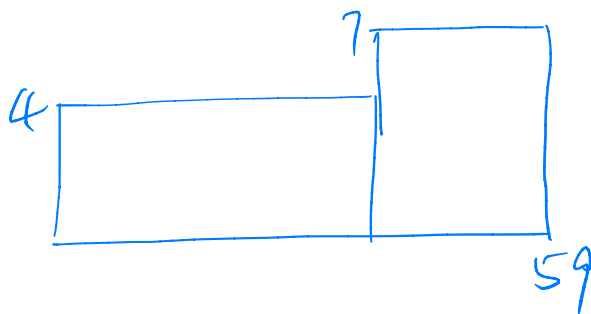
$$35 \times 2 = 70 \text{ (只)}$$

$$110 - 70 = 40 \text{ (只)}$$

$$40 \div (4 - 2) = 20 \text{ (只)}$$

练一练

某班同学外出春游，买车票 59 张，共花 299 元，其中单程每张 4 元，往返每张 7 元，问单程票与往返票的总价相差的价格是多少？



$$59 \times 4 = 236(\text{元})$$

$$(299 - 236) \div (7 - 4)$$

$$= 63 \div 3$$

$$= 21(\text{张})$$

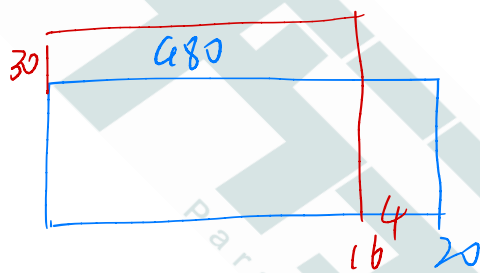
$$\text{往返: } 21 \times 7 = 147(\text{元})$$

$$\text{单程: } (59 - 21) \times 4 = 152(\text{元})$$

$$152 - 147 = 5(\text{元})$$

例 5

艾迪从家出发去学校，原计划 20 分后到达。如果艾迪每分钟多走 30 米，可以提前 4 分钟到达。那么，艾迪家到学校的路程是多少米？



$$30 \times 16 = 480(\text{米})$$

$$480 \div (20 - 16)$$

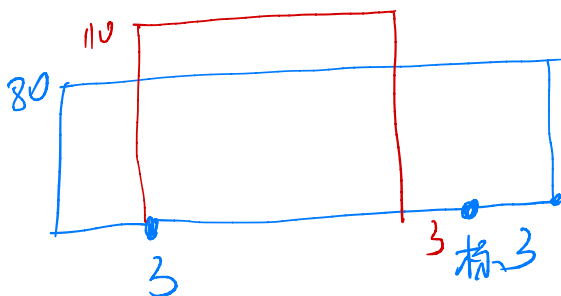
$$= 480 \div 4$$

$$= 120(\text{米/分})$$

$$120 \times 20 = 2400(\text{米})$$

练一练

一个学生从家到学校上课，先用每分钟 80 米的速度走了 3 分钟，发现这样走下去将迟到 3 分钟，于是他就改用每分钟 110 米的速度前进，结果提前了 3 分钟。问这个学生家到学校有多远？



$$(3 + 3) \times 80 = 480(\text{米})$$

$$480 \div (110 - 80)$$

$$= 480 \div 30$$

$$= 16(\text{分})$$

$$(16 + 3 + 3 + 3) \times 80$$

$$= 25 \times 80$$

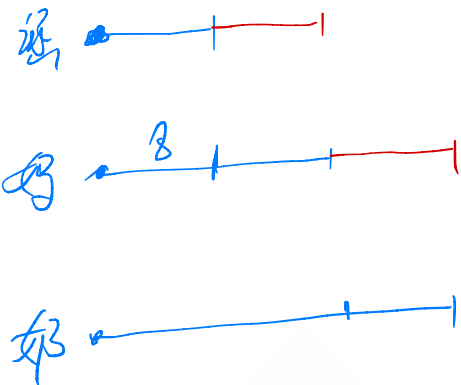
$$= 2000(\text{米})$$

例6

涵涵和妈妈奶奶聊天，奶奶对妈妈说：我像你这么大时，你和涵涵一样大，才刚满8岁。涵

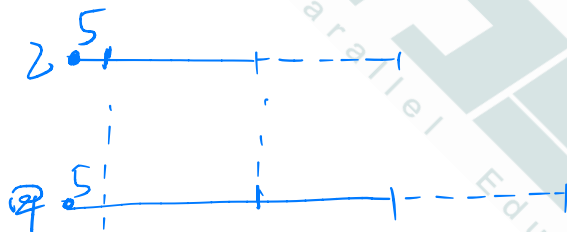
涵对妈妈说：等我长到你现在这么大时，你都58岁了。那么奶奶现在多少岁？

58



练一练

甲对乙说：“当我的岁数是你现在的岁数时，你才5岁。”乙对甲说：“当我的岁数是你现在的岁数时，你将50岁。”那么甲现在多少岁，乙现在多少岁？



$$(50-5) \div 3$$

$$= 45 \div 3$$

$$= 15 (\text{岁})$$

$$\text{乙: } 15 + 5 = 20 (\text{岁})$$

$$\text{甲: } 15 \times 2 + 5 = 35 (\text{岁})$$

智慧高峰

一组割草的人要把两片草地上的草割掉。已知大的草地上的草比小的草地上的草多一倍。所有人首先用半天时间割大草地上的草，下午，他们将所有人对半分开：一半留在大草地，另一半到小草地，过了半天到了傍晚，大草地上的草正好割完，小草地还剩一片，这一片如果由一个人去割，正好还要用半天时间。这个组共有多少人？



智慧攻略

1. 构建数形结合的意识：

$a+b$ 可以想到两个线段和，从而想到是两个数量相加的关系

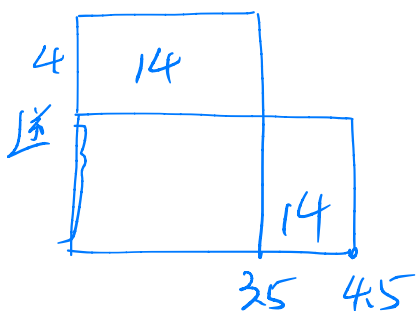
ab 可以想到长方形面积公式，从而想到应用题目中的基本公式

2. 利用几何面积解决应用题

把图形构造出来，转化为几何知识，并且找对图形所对应的的实际意义。

智慧磨炼

1. 一条宽阔的大河有 A、B 两个码头，一艘轮船从 A 去 B 要用 4.5 小时，回来用 3.5 小时，如果水流的速度是每小时 2 千米，求轮船的速度？

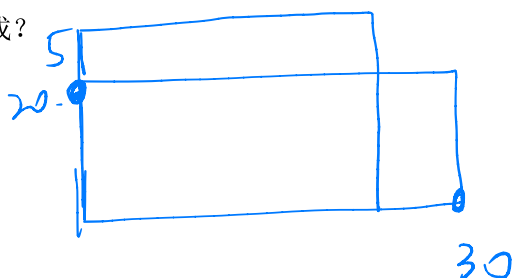


$$3.5 \times 4 = 14(\text{千米})$$

$$14 \div (4.5 - 3.5) = 14(\text{千米})$$

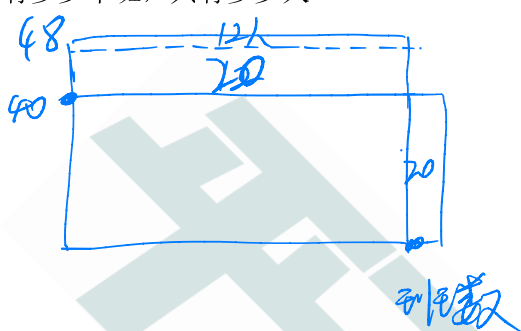
$$14 + 2 = 16(\text{千米/时})$$

2. 生产 600 个零件，计划用 30 天完成，实际每天比计划多加工 5 个零件，求实际多少天完成？



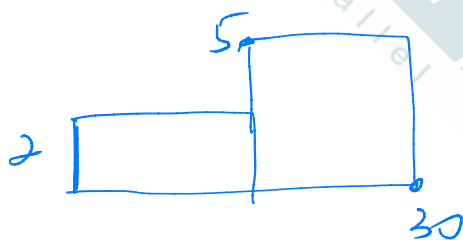
$$\begin{aligned} 600 \div 30 &= 20 (\text{个/天}) \\ 20 + 5 &= 25 (\text{个/天}) \\ 600 \div 25 &= 24 (\text{天}) \end{aligned}$$

3. 某校一年级有新生若干人，如果每个班 40 人，则余 20 人；如果每个班 48 人，则缺 12 人，请问有多少个班，共有多少人？



$$\begin{aligned} \text{班数: } (12 + 20) \div (48 - 40) &= 4 (\text{个}) \\ \text{人数: } 4 \times 40 + 20 &= 180 (\text{人}) \end{aligned}$$

4. 一个餐馆有 30 张桌子，其中一部分桌子每张有 2 个座位，另一部分桌子每张有 5 个座位。如果这个餐馆一共有 81 个座位，那么有 2 个座位的桌子有多少张？



$$\begin{aligned} 30 \times 2 &= 60 (\text{个}) \\ (81 - 60) \div (5 - 2) &= 21 \div 3 \\ &= 7 (\text{张}) \\ 30 - 7 &= 23 (\text{张}) \end{aligned}$$

5. 妈妈像女儿这样大时，女儿才两岁，当女儿长到妈妈现在这样大时，妈妈 86 岁，求妈妈现在的年龄。



$$\begin{aligned} (86 - 2) \div 3 &= 28 (\text{岁}) \\ 28 \times 2 + 2 &= 58 (\text{岁}) \end{aligned}$$