

# 05

## 第五讲 全等三角形中的基本结构

七年级数学

平行线教育线上课程  
2020 年

PARALLEL EDUCATION

在数学里，分辨何是重要，何事不重要，知所选择是很重要的。

—— 广中平佑

## 第五讲 全等三角形中的基本结构

## 智慧导航

## 1. 旋转型

- (1) 特征：①共顶点、双等腰、等顶角  
(2) 结论：旋转型全等

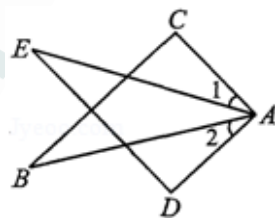
## 2. 一线三等角型

- (1) 特征：三个相等角的顶点在同一条直线上  
(2) 角：①直角②锐角③钝角  
(3) 位置：①同侧②异侧

## 智慧基石

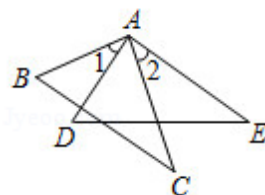
## 例 1

1. 如图，已知  $\angle CAE = \angle DAB$ ， $AC = AD$ 。给出下列条件：①  $AB = AE$ ；②  $BC = ED$ ；③  $\angle C = \angle D$ ；④  $\angle B = \angle E$ 。其中能使  $\triangle ABC \cong \triangle AED$  的条件为 ①③④。（注：把你认为正确的答案序号都填上）



## 练一练

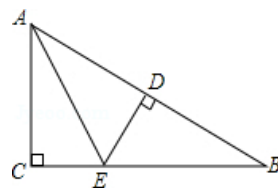
如图， $AB = AD$ ， $AC = AE$ ，则能判定  $\triangle ABC \cong \triangle ADE$  的条件是 ( D )



- A.  $AB = AD$     B.  $\angle C = \angle B$     C.  $\angle D = \angle E$     D.  $BC = DE$

## 例 2

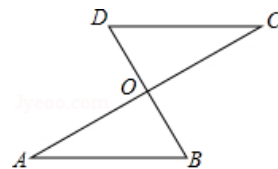
1. 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $AC \perp BC$ ,  $AE$  为  $\angle BAC$  的平分线,  $ED \perp AB$  于点  $D$ ,  $AB = 7\text{cm}$ ,  $AC = 3\text{cm}$ , 则  $BD$  的长为 ( B )



- A. 3cm                      B. 4cm                      C. 1cm                      D. 2cm

## 练一练

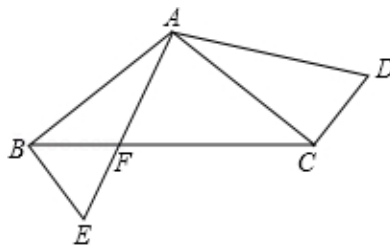
- 如图, 已知  $AO = CO$ , 那么添加下列一个条件后, 仍无法判定  $\triangle ABO \cong \triangle CDO$  的是 ( C )



- A.  $\angle A = \angle C$       B.  $BO = DO$       C.  $AB = CD$       D.  $\angle B = \angle D$

## 例 3

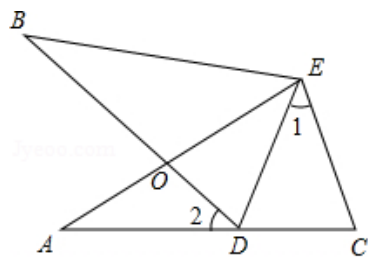
1. 如图所示,  $\angle ABC = \angle ACB$ ,  $CD \perp AC$  于  $C$ ,  $BE \perp AB$  于  $B$ ,  $AE$  交  $BC$  于点  $F$ , 且  $BE = CD$ , 下列结论不一定正确的是 ( B )



- A.  $AB = AC$                       B.  $BF = EF$   
C.  $AE = AD$                       D.  $\angle BAE = \angle CAD$

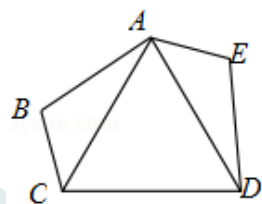
## 练一练

如图,  $\angle A = \angle B$ ,  $AE = BE$ , 点  $D$  在  $AC$  边上,  $\angle 1 = \angle 2$ ,  $AE$  和  $BD$  相交于点  $O$ , 若  $\angle 1 = 40^\circ$ , 则  $\angle BDE$  为 ( D ) 度.

A.  $30^\circ$ B.  $40^\circ$ C.  $60^\circ$ D.  $70^\circ$ 

## 例 4

1. 如图, 在五边形  $ABCDE$  中, 对角线  $AC = AD$ ,  $AB = DE$ ,  $BC = EA$ ,  $\angle CAD = 65^\circ$ ,  $\angle B = 110^\circ$ , 则  $\angle BAE$  的大小是 ( A )

A.  $135^\circ$ B.  $125^\circ$ C.  $115^\circ$ D.  $105^\circ$ 

## 练一练

如图, 已知  $AB = DC$ ,  $AC = DB$ ,  $BE = CE$ , 求证:  $AE = DE$ .

证明:  $\triangle ABC$  与  $\triangle DCB$  中

$$\begin{cases} AB = DC \\ BC = CB \\ AC = DB \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DCB (SSS)$$

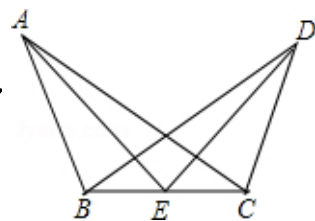
$$\therefore \angle ABC = \angle DCB$$

在  $\triangle ABE$  与  $\triangle DCE$  中

$$\begin{cases} AB = DC \\ \angle ABE = \angle DCE \\ BE = CE \end{cases}$$

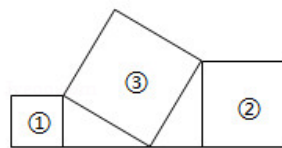
$$\therefore \triangle ABE \cong \triangle DCE (SAS)$$

$$\therefore AE = DE$$



## 例 5

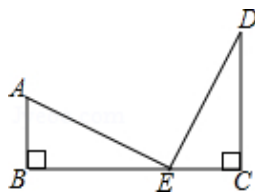
1. 已知正方形①、②在直线上，正方形③如图放置，若正方形①、②的边长分别为9cm和12cm，则正方形③的边长为 ( D )



- A. 3cm                      B. 13cm                      C. 14cm                      D. 15cm

## 练一练

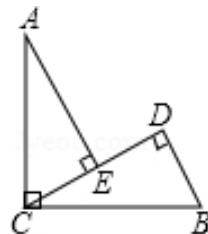
- 如图，已知  $AB \perp BC$  于  $B$ ， $CD \perp BC$  于  $C$ ， $BC=13$ ， $AB=5$ ，且  $E$  为  $BC$  上一点， $\angle AED=90^\circ$ ， $AE=DE$ ，则  $BE=$  ( B )



- A. 13                      B. 8                      C. 6                      D. 5

## 例 6

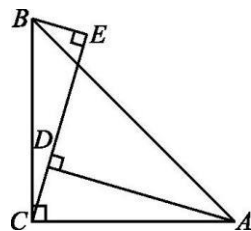
1. 如图所示， $\angle ACB=90^\circ$ ， $AC=BC$ ， $AE \perp CE$  于点  $E$ ， $BD \perp CE$  于点  $D$ ， $BD=2\text{cm}$ ， $AE=5\text{cm}$ ，则  $DE$  长是 ( C )



- A. 8cm                      B. 5cm                      C. 3cm                      D. 2cm

## 练一练

如图,  $\angle ACB = 90^\circ$ ,  $AC = BC$ ,  $AD \perp CE$  于点  $D$ ,  $BE \perp CE$  于点  $E$ ,  $AD = 2.4\text{cm}$ ,  $DE = 1.7\text{cm}$ , 则  $BE$  的长为 0.7cm.



## 智慧高峰

1. 如图,  $\triangle ABC$  与  $\triangle EBD$  中,  $\angle ABC = \angle DBE = 90^\circ$ ,  $AB = CB$ ,  $BE = BD$ , 连接  $AE$ ,  $CD$ ,  $AE$  与  $CD$  交于点  $M$ ,  $AE$  与  $BC$  交于点  $N$ .
- (1) 求证:  $AE = CD$ ;
- (2) 求证:  $AE \perp CD$ ;
- (3) 连接  $BM$ , 有以下两个结论: ①  $BM$  平分  $\angle CBE$ ; ②  $MB$  平分  $\angle AMD$ . 其中正确的有 ② (请写序号, 少选、错选均不得分).

证明: (1)  $\because \angle ABC = \angle DBE = 90^\circ$

$$\therefore \angle ABC + \angle CBE = \angle DBE + \angle CBE$$

$$\text{即 } \angle ABE = \angle CBD$$

在  $\triangle ABE$  与  $\triangle CBD$  中

$$\begin{cases} AB = CB \\ \angle ABE = \angle CBD \\ BE = BD \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABE \cong \triangle CBD \text{ (SAS)}$$

$$\therefore AE = CD$$

(2)  $\triangle CMN$  中:

$$\angle CMN = 180^\circ - \angle CNM - \angle NCM$$

$\triangle AMN$  中:

$$\angle ABN = 180^\circ - \angle ANB - \angle NAB$$

$$\because \triangle ABE \cong \triangle CBD$$

$$\therefore \angle NAB = \angle NCM$$

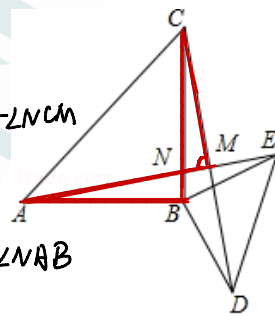
$$\text{又 } \because \angle ANB = \angle CNM \text{ (对顶角相等)}$$

$$\therefore \angle CMN = \angle ABN$$

$$\text{又 } \angle ABC = 90^\circ$$

$$\therefore \angle CMN = 90^\circ$$

$$\text{即 } AE \perp CD$$



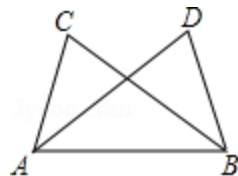
## 智慧攻略

1. 清楚全等三角形的判定方法
2. 熟悉常见的全等三角形结构
3. 注意书写规范

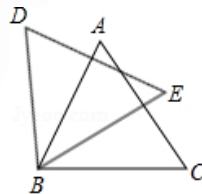
## 智慧磨炼

$$\angle CBA = \angle DAB \text{ 或}$$

1. 如图,  $AD = BC$ , 要使  $\triangle ABC \cong \triangle BAD$ , 还需添加的个条件是  $AC = BD$  (填一个即可).

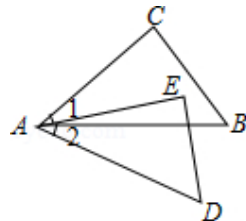


2. 如图,  $AB = DB$ ,  $\angle ABD = \angle CBE$ , ①  $BE = BC$ , ②  $\angle D = \angle A$ , ③  $\angle C = \angle E$ , ④  $AC = DE$ , 能使  $\triangle ABC \cong \triangle DBE$  的条件有 ( C ) 个.



- A. 1                      B. 2                      C. 3                      D. 4

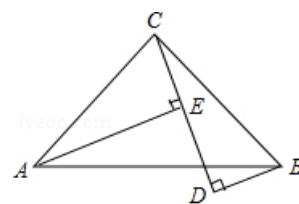
3. 如图, 已知  $\angle 1 = \angle 2$ ,  $AC = AE$ , 下列条件无法确定  $\triangle ABC \cong \triangle ADE$  的是 ( B )



- A.  $\angle C = \angle E$       B.  $BC = DE$       C.  $AB = AD$       D.  $\angle B = \angle D$



4. 如图,  $AC = BC$ ,  $AE = CD$ ,  $AE \perp CE$  于点  $E$ ,  $BD \perp CD$  于点  $D$ ,  $AE = 7$ ,  $BD = 2$ , 则  $DE$  的长是 ( B )



- A. 7                      B. 5                      C. 3                      D. 2

5. 如图,  $AB = 12\text{m}$ ,  $CA \perp AB$  于  $A$ ,  $DB \perp AB$  于  $B$ , 且  $AC = 4\text{m}$ ,  $Q$  点从  $B$  向  $D$  运动, 每分钟走  $2\text{m}$ ,  $P$  点从  $B$  向  $A$  运动,  $P, Q$  两点同时出发,  $P$  点每分钟走 3 或 1  $\text{m}$  时  $\triangle CAP$  与  $\triangle PQB$  全等.

