

03

第三讲 从几何学化归

四年级数学

平行线教育线上课程

2020 年

PARALLEL EDUCATION

在数学中，我们发现真理的主要工具
是归纳和模拟。

拉普拉斯

第三讲 从几何学化归

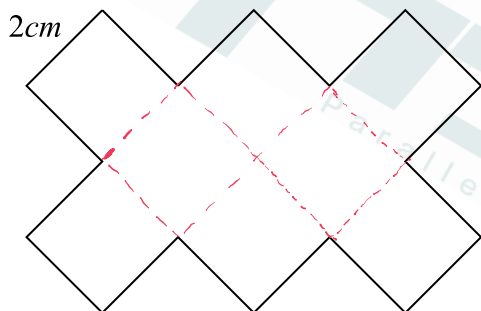
智慧导航

1. 常规基本图形面积公式
2. 解决不规则图形面积的常见方法
3. 学习化归思想

智慧基石

例 1

如图，每条边都相等，每个角都是直角，请根据信息，求下图的面积。



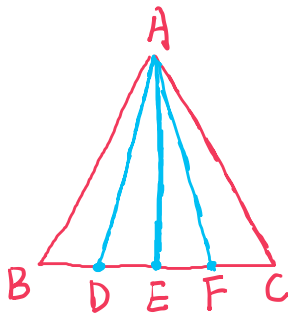
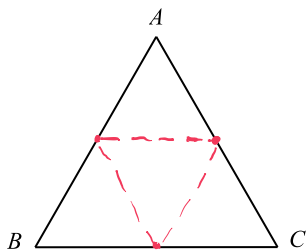
$$2 \times 2 = 4 (\text{cm}^2)$$

$$4 \times 8 = 32 (\text{cm}^2)$$

答：这个图形的面积是 32cm^2 。

练一练

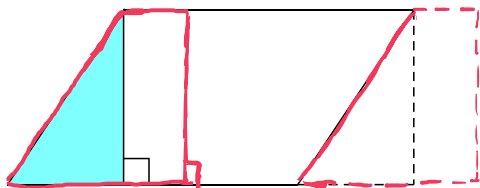
请把等边三角形 ABC 平均分成面积相等的四份。



点 D, E, F 为线段 BC 的 4 等分点。

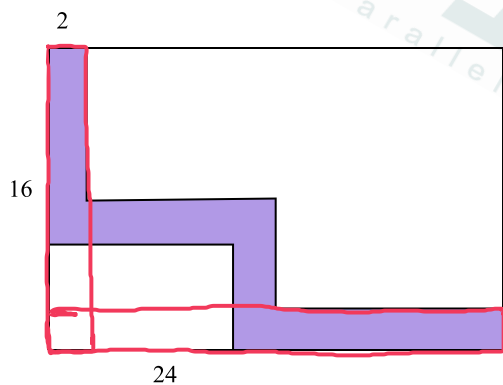
例2

把一个平行四边形剪成两块去拼成一个长方形，除去课本上讲的拼法（如图），还可以怎样拼？（画图表示）



练一练

如图，在一块长 24 米，宽 16 米的绿地上，有一条宽 2 米的小路。请你列式计算出这条小路的面积。



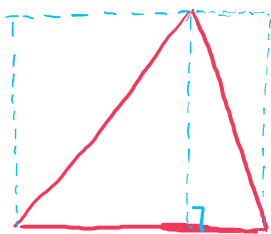
单位：米

$$\begin{aligned}
 &16 \times 2 + 24 \times 2 - 2 \times 2 \\
 &= 32 + 48 - 4 \\
 &= 76 \text{ (平方米)}
 \end{aligned}$$

答：小路的面积是 76 平方米。

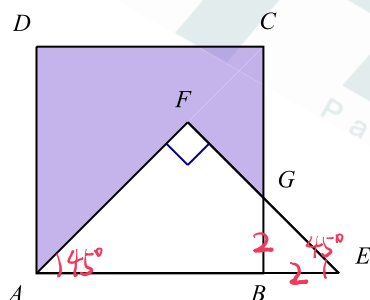
例3

课本上三角形的面积公式是用两个完全一样的三角形拼成一个平行四边形推导出来的，除此之外，你还能想到什么方法呢？



练一练

图中有一个边长为6厘米的正方形ABCD与一个斜边长为8厘米的等腰直角三角形AEF，E在AB的延长线上，则图中阴影部分的面积为多少平方厘米？



由题意知

$$BE = BF = 8 - 6 = 2 \text{ cm}$$

$$\text{整体: } 6 \times 6 + 2 \times 2 \div 2$$

$$= 36 + 2$$

$$= 38 (\text{cm}^2)$$

$$\text{空白: } 8 \times 4 \div 2$$

$$= 32 \div 2$$

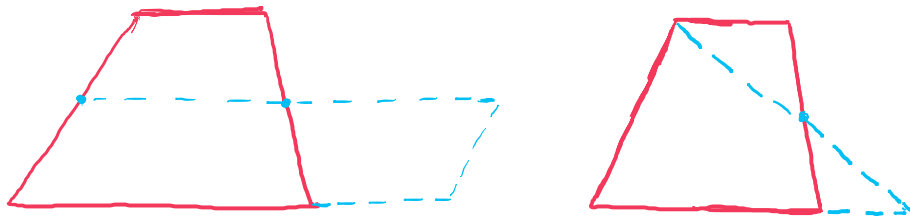
$$= 16 (\text{cm}^2)$$

$$\text{阴影: } 38 - 16 = 22 (\text{cm}^2)$$

答: 阴影面积为 22 cm^2 。

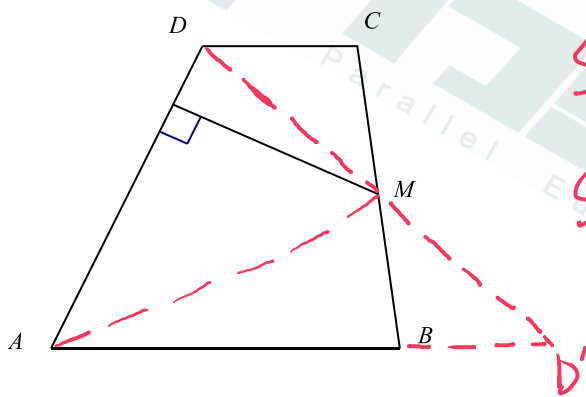
例4

课本梯形面积公式的推导过程是两个完全一样的梯形拼成一个平行四边形，你还有其他方法么？



练一练

梯形 $ABCD$ 中，腰 $AD=10$ 厘米，梯形的面积为 70 平方厘米。则由腰 BC 的中点 M 到直线 AD 的距离为多少厘米？



$$S_{\text{梯}ABCD} = S_{\triangle ADD'} = 70 \text{ cm}^2$$

$$S_{\triangle ADD'} = 2 S_{\triangle ADM}$$

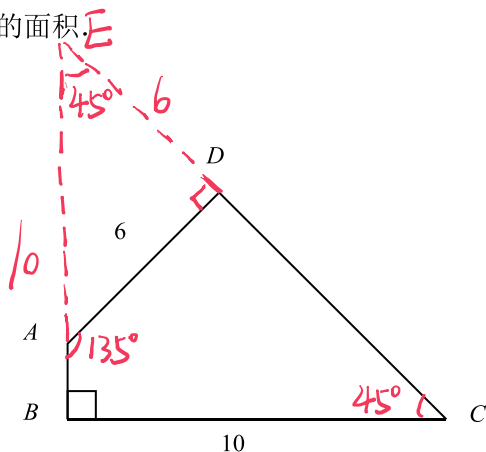
$$S_{\triangle ADM} : 70 \div 2 = 35 (\text{cm}^2)$$

$$AD : 35 \times 2 \div 10 = 7 (\text{cm})$$

答：点 M 到直线 AD 的距离为 7cm。

例5

如图所示, $AD=6$, $BC=10$, $\angle ABC=90^\circ$, $\angle DAB=135^\circ$, $\angle BCD=45^\circ$. 求四边形 $ABCD$ 的面积.

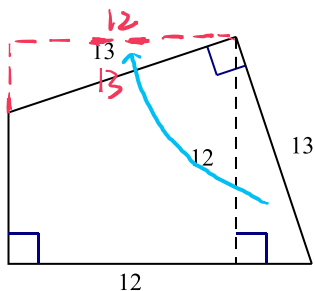


$$\begin{aligned}
 & 10 \times 10 \div 2 - 6 \times 6 \div 2 \\
 &= 100 \div 2 - 36 \div 2 \\
 &= 50 - 18 \\
 &= 32
 \end{aligned}$$

答: 四边形 $ABCD$ 的面积是 32.

练一练

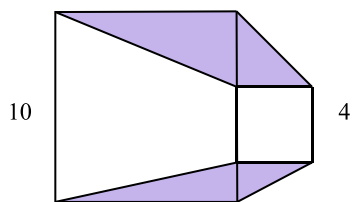
如图所示的四边形的面积等于 144.



$$12 \times 12 = 144$$

例6

边长分别为4和10的两个正方形如图放置，求图中阴影部分的面积。

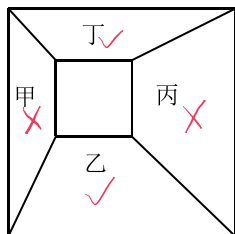


$$\begin{aligned}
 \text{整体: } & 10 \times 10 + (4+10) \times 4 \div 2 \\
 & = 100 + 14 \times (4 \div 2) \\
 & = 100 + 28 \\
 & = 128
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{空白: } & 4 \times 4 + (4+10) \times 10 \div 2 \\
 & = 16 + 14 \div 2 \times 10 \\
 & = 16 + 70 \\
 & = 86
 \end{aligned}$$

练一练

如图，大正方形的面积为9，中间小正方形的面积为1，甲、乙、丙、丁是四个梯形，求乙与丁的面积之和。

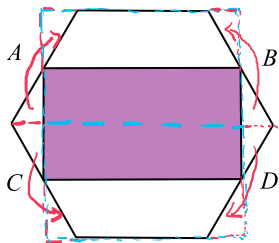


$$\begin{aligned}
 & (9-1) \div 2 \\
 & = 8 \div 2 \\
 & = 4
 \end{aligned}$$

答：乙与丁的面积之和是4。

智慧高峰

如图，点 A 、 B 、 C 、 D 为正六边形四边的中点，六边形的面积是 16，阴影部分的面积是 8。



$$16 \div 2 = 8$$

智慧攻略

1. 重点：解决不规则图形面积的方法

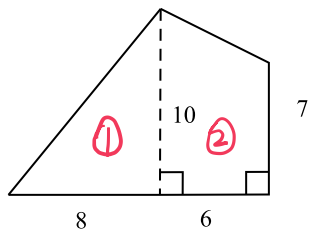
- A. 分块求
- B. 切割补拼，旋转平移
- C. 倒序相加

2. 化归思想：

化归思想，将一个问题由难化易，由繁化简，由复杂化简单的过程称为化归。

智慧磨炼

1. 如图组合图形的面积是多少？

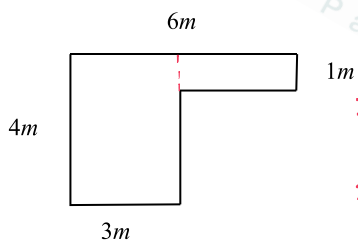


$$\begin{aligned} \textcircled{1}: & 8 \times 10 \div 2 \\ & = 80 \div 2 \\ & = 40 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{2}: & (7+10) \times 6 \div 2 \\ & = 17 \times (6 \div 2) \\ & = 17 \times 3 \\ & = 51 \end{aligned}$$

$$\textcircled{1} + \textcircled{2}: 40 + 51 = 91 \quad \text{答: 组合图形面积是 91.}$$

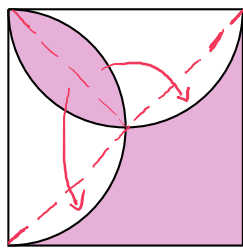
2. 图形的面积有多大？



$$\begin{aligned} & 4 \times 3 + (6-3) \times 1 \\ & = 12 + 3 \\ & = 15 \end{aligned}$$

答: 这个图形的面积是 15.

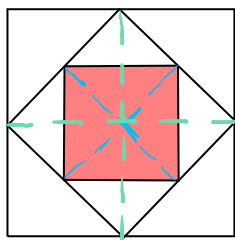
3. 已知正方形边长为 6 厘米，求阴影部分的面积。



$$\begin{aligned} & 6 \times 6 \div 2 \\ &= 36 \div 2 \\ &= 18 (\text{cm}^2) \end{aligned}$$

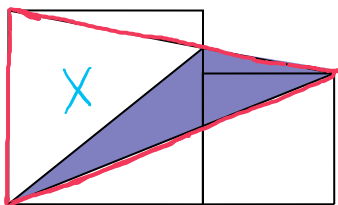
答：阴影部分的面积是 18cm^2 。

4. 如图，若每个小正方形的顶点均位于其相邻的正方形各边的中点，且其中最小的阴影正方形面积为 48 平方厘米，那么图中最大的正方形面积为 192 平方厘米。



$$\begin{aligned} & 48 \times 2 \times 2 \\ &= 96 \times 2 \\ &= 192 (\text{cm}^2) \end{aligned}$$

5. 如图有大小两个正方形组成，大正方形边长是 10，小正方形边长是 6，那么阴影部分的面积为 30。



$$\begin{aligned}
 & 10 \times (10 + 6) \div 2 - 10 \times 10 \div 2 \\
 &= 10 \times 16 \div 2 - 100 \div 2 \\
 &= 80 - 50 \\
 &= 30
 \end{aligned}$$

平行线
Parallel Education