

03

第三讲

旋转结构题型大揭秘-从基础到中考

八年级数学

平行线教育线上课程

2020 年

PARALLEL EDUCATION

如果别人思考数学的真理像我一样深入持久，他也会找到我的发现。

—— 高斯

第三讲 旋转结构题型大揭秘-从基础到中考

智慧导航

1. 旋转的性质

- (1) 对应点到旋转中心的距离相等
- (2) 对应点与旋转中心所连线段的夹角等于旋转角
- (3) 旋转前后的图形全等

2. 旋转三要素

- (1) 旋转中心；(2) 旋转方向；(3) 旋转角

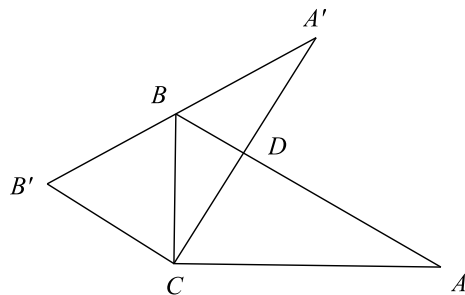
3. 旋转作图

根据旋转的性质可知，对应角都相等，对应线段也相等，由此可以通过作相等的角，在角的边上截取相等的线段的方法，找到对应点，顺次连接得出旋转后的图形

智慧基石

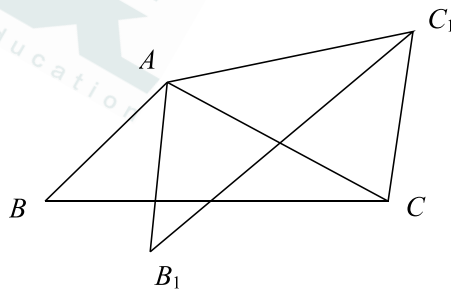
例 1

1. 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $\angle A = 35^\circ$, 以 C 为旋转中心, 将 $\angle ABC$ 旋转到 $\triangle A'B'C$ 的位置, 点 B 在斜边 $A'B'$ 上, 则 $\angle BDC$ 为_____.



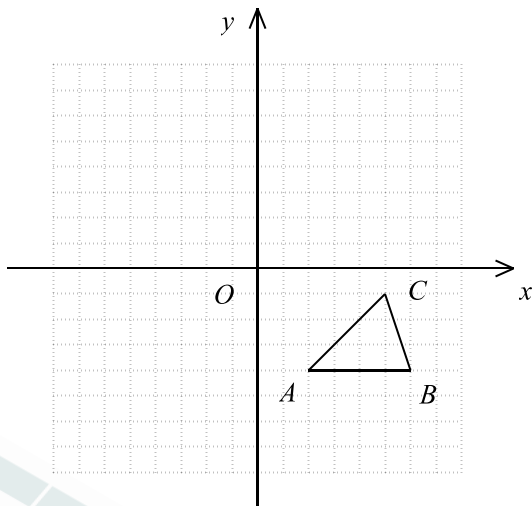
练一练

- 如图, 已知 $\triangle ABC$, 将 $\triangle ABC$ 绕点 A 逆时针旋转 40° 得到 $\triangle AB_1C_1$, 点 B 、 C 的对应点分别为 B_1 、 C_1 , 若 $\angle BCC_1 = 100^\circ$, 则 $\angle B_1C_1C$ 的度数为_____.



例2

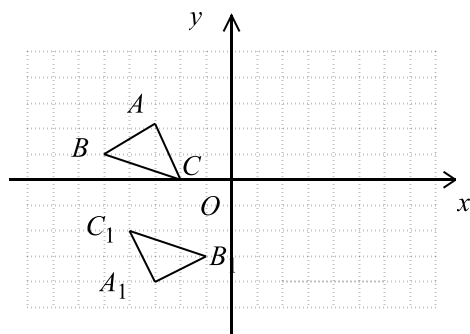
1. 每个小方格都是边长为1个单位长度的正方形，在建立平面直角坐标系后， $\triangle ABC$ 的顶点均在格点上，
- (1) 写出 A 、 B 、 C 的坐标.
 - (2) 以原点 O 为中心，将 $\triangle ABC$ 围绕原点 O 逆时针旋转 180° 得到 $\triangle A_1B_1C_1$ ，画出 $\triangle A_1B_1C_1$.
 - (3) 求 (2) 中 C 到 C_1 经过的路径以及 OB 扫过的面积.



练一练

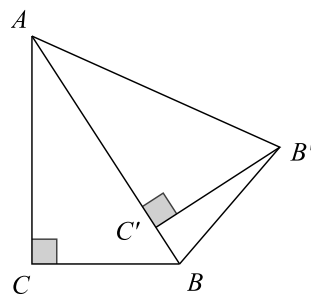
如图，在平面直角坐标系中， $\triangle ABC$ 和 $\triangle A_1B_1C_1$ 关于点 E 成中心对称.

- (1) 画出对称中心 E ，并写出点 E 的坐标_____；
- (2) 画出 $\triangle A_1B_1C_1$ 绕点 O 逆时针旋转 90° 后的 $\triangle A_2B_2C_2$ ；
- (3) 画出与 $\triangle A_1B_1C_1$ 关于点 O 成中心对称的 $\triangle A_3B_3C_3$.



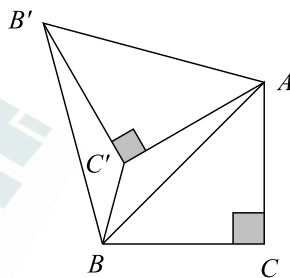
例 3

1. 如图, 将 $\text{Rt}\triangle ABC$ 绕着顶点 A 逆时针旋转使得点 C 落在 AB 上的 C' 处, 点 B 落在 B' 处, 联结 BB' , 如果 $AC = 4$, $AB = 5$, 那么 $BB' =$ _____.



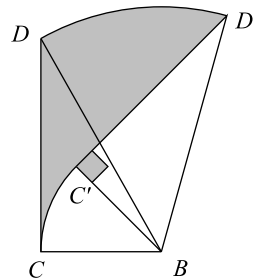
练一练

在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AC = BC$, 将 $\triangle ABC$ 绕点 A 按顺时针方向旋转 60° 到 $\triangle AB'C'$ 的位置, 联结 $C'B$ 、 BB' , 则 $\angle BB'C' =$ _____.



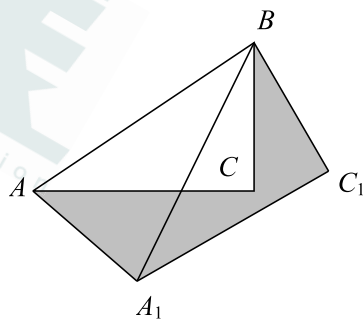
例4

1. 一对完全相同的三角板如图摆放，开始时有一边重合，现将其中一块三角板绕点 B 顺时针转 45° ，同时另一块三角板静止不动，若 $BC = 6\text{cm}$ ，则 CD 边扫过的面积（图中阴影部分）为_____.



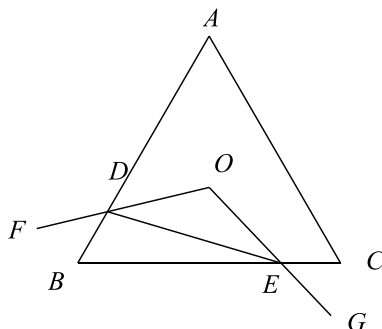
练一练

- 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = 6$ ，将 $\triangle ABC$ 绕点 B 按逆时针方向旋转 30° 后得到 $\triangle A_1BC_1$ ，则阴影部分的面积为_____.



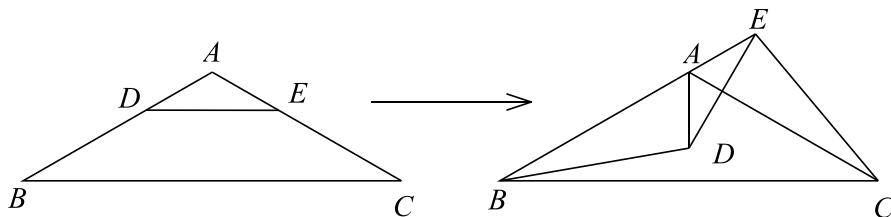
例5

1. 等边三角形 ABC 的边 AB, BC 分别相交于 D, E , $\angle FOG$ 绕 O 点顺时针旋转时, 下列四个结论正确的是_____.
- ① $OD = OE$; ② $S_{\triangle ODE} = S_{\triangle BDE}$; ③ $S_{\text{四边形} ODBE} = \frac{27\sqrt{3}}{8}$; ④ $\triangle BDE$ 周长最小值是 9



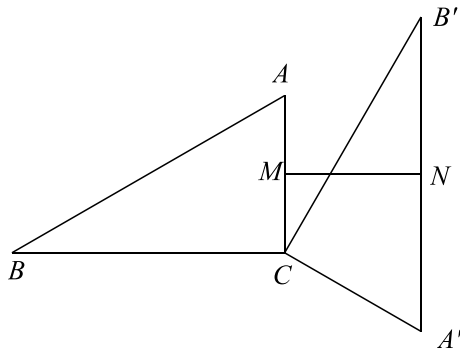
练一练

如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, $\angle B = 30^\circ$, 点 D, E 分别为 AB, AC 上的点, 且 $DE \parallel BC$. 将 $\triangle ADE$ 绕点 A 逆时针旋转至点 B, A, E 在同一直线上, 连接 BD, EC . 下列结论: ① $\triangle ADE$ 的旋转角为 120° ② $BD = EC$ ③ $BE = AD + AC$ ④ $DE \perp AC$, 其中正确的有_____.



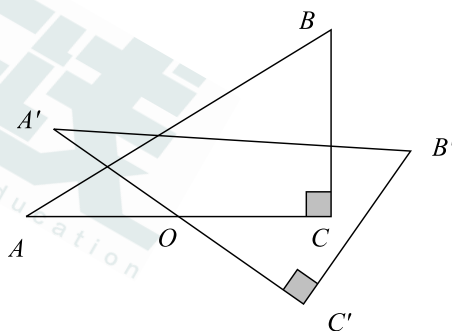
例 6

1. 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, 将 $\triangle ABC$ 绕顶点 C 顺时针旋转得到 $\triangle A'B'C$, M 是 AC 的中点, N 是 $A'B'$ 的中点, 连接 MN , 若 $AC = 4$, $\angle ABC = 30^\circ$, 则线段 MN 的最小值为_____.



练一练

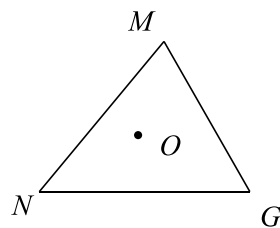
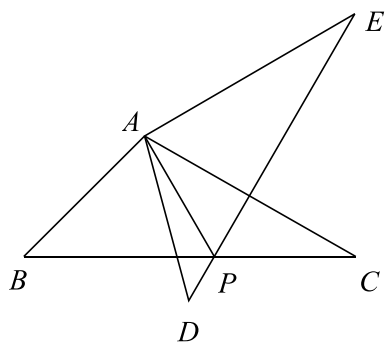
如图, $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AC = 6$, $BC = 4$, 点 O 是 AC 的中点, 以 O 为旋转中心, 将 $\triangle ABC$ 绕点 O 旋转一周, A 、 B 、 C 的对应点分别为 A' 、 B' 、 C' , 则 BC' 的最大值为_____.



智慧高峰

1. **问题背景：**如图 1，将 $\triangle ABC$ 绕点 A 逆时针旋转 60° 得到 $\triangle ADE$ ， DE 与 BC 交于点 P ，可推出结论： $PA + PC = PE$ 。

问题解决：如图 2，在 $\triangle MNG$ 中， $MN = 6$ ， $\angle M = 75^\circ$ ， $MG = 4\sqrt{2}$ 。点 O 是 $\triangle MNG$ 内一点，则点 O 到 $\triangle MNG$ 三个顶点的距离和的最小值是_____。



智慧攻略

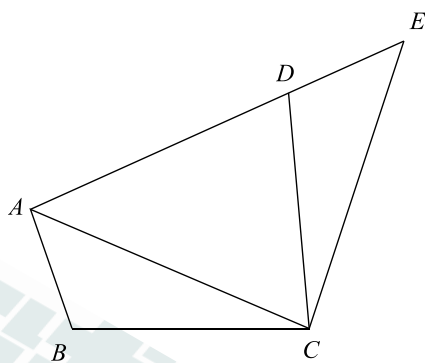
1. 重点：旋转的性质及应用

2. 难点：

- A. 理解旋转产生的点的运动路径
- B. 构造旋转型的全等
- C. 最值的判断

智慧磨炼

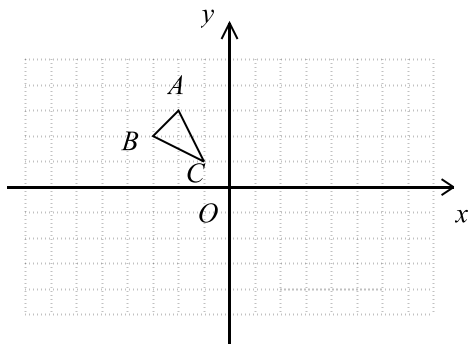
1. 如图，将 $\triangle ABC$ 绕点 C 顺时针旋转 m° 得到 $\triangle EDC$ ，若点 A 、 D 、 E 在同一直线上， $\angle ACB = n^\circ$ ，则 $\angle ADC$ 的度数是_____（用 m 、 n 表示）。



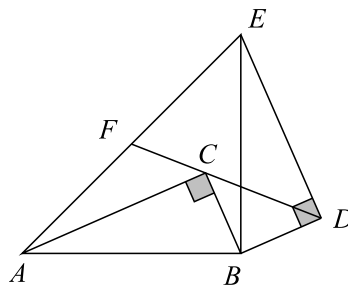
2. 如图，在平面直角坐标系中， O 为坐标原点， $\triangle ABC$ 各顶点坐标分别为 $A(-2, 3)$ ， $B(-3, 2)$ ， $C(-1, 1)$

(1) 画出 $\triangle ABC$ 关于 x 轴的对称的图形 $\triangle A_1B_1C_1$ ；

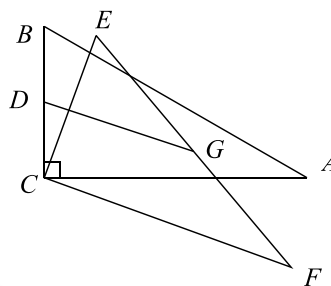
(2) 将 $\triangle ABC$ 绕点 C 顺时针旋转 90° 得到 $\triangle A_2B_2C$ ，请在网格中画出 $\triangle A_2B_2C$ ，并直接写出线段 A_2C_1 的长。



3. 如图, $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, 将 $\triangle ABC$ 绕点 B 顺时针旋转 90° 至 $\triangle EBD$, 连接 DC 并延长交 AE 于点 F , 若 $CF = 1$, $CD = 2$, 则 AE 的长为_____.



4. 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $\angle A = 30^\circ$, $AC = 4\sqrt{3}$, BC 的中点为 D , 将 $\triangle ABC$ 绕点 C 顺时针旋转任意一个角度得到 $\triangle FEC$, EF 的中点为 G , 连接 DG 在旋转过程中, DG 的最大值是_____.



5. 如图, P 是等边三角形 ABC 内一点, 将线段 CP 绕点 C 顺时针旋转 60° 得到线段 CP' , 连接 AP' . 若 $PA = 3$, $PC = 4$, $PB = 5$, 则四边形 $APCP'$ 的面积为_____.

