

03

第三讲

中考必对专题之反比例函数综合

九年级数学

平行线教育线上课程

2020年

PARALLEL EDUCATION

**新的数学方法和概念，
常常比解决数学问题本身更重要。**

—— 华罗庚

第三讲 中考必对专题之反比例函数综合

智慧导航

1. 反比例函数的图象和性质；
2. 反比例函数面积不变性（即 k 的几何意义）：一般地，反比例函数图象上任意一点与两坐标轴围成的矩形面积就是反比例系数 k 的绝对值，即 $|k|$ ；
3. 反比例函数与一次函数及不等式结合。



智慧基石

例1

1. 将 $y = \frac{1}{x}$ 的图象向右平移 1 个单位长度, 再向上平移 1 个单位长度. 则所得图象的解析式为_____.

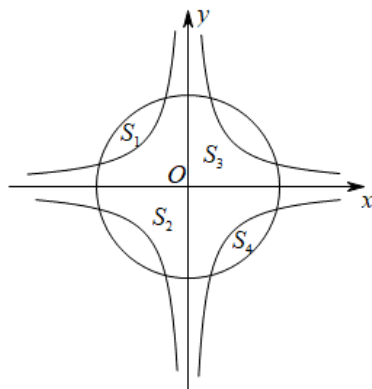
练一练

反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象上有一点 $P(2, n)$, 将点 P 向右平移 1 个单位, 再向下平移 1 个单位得到点 Q . 若点 Q 也在该函数的图象上, 则 $k = \underline{\hspace{2cm}}$.

例2

1. 如图, $\odot O$ 的半径为 2, 双曲线的解析式分别为 $y = \frac{1}{x}$ 和 $y = -\frac{1}{x}$, 则图中 $S_1 + S_2 + S_3 + S_4 =$

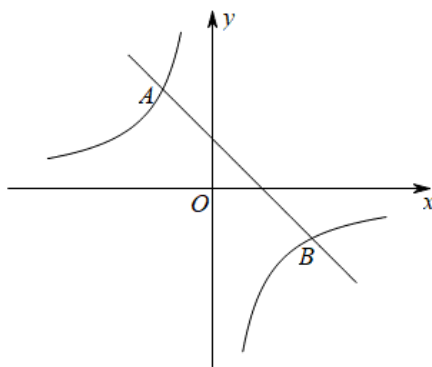
_____.



例3

1. 如图, 一次函数 $y_1 = kx + b (k \neq 0)$ 的图象与反比例函数 $y_2 = \frac{m}{x}$ (m 为常数且 $m \neq 0$) 的图象, 都经过 $A(-1, 2)$, $B(2, -1)$, 结合图象, 则不等式 $kx + b > \frac{m}{x}$ 的解集是

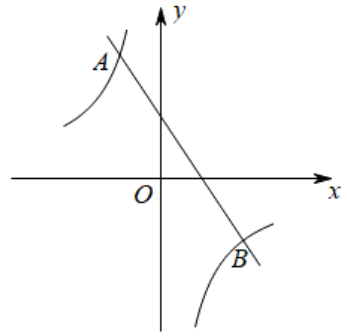
_____.



练一练

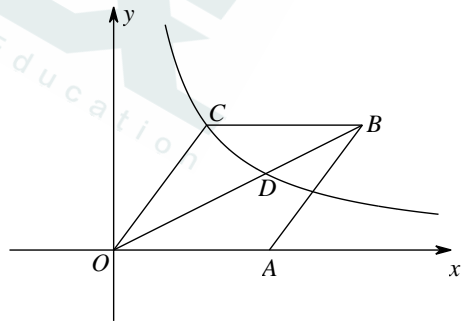
如图，一次函数 $y=kx+b$ 的图象与反比例函数 $y=\frac{m}{x}$ 的图象都经过点 $A(-2, 6)$ 和点

$B(4, n)$ ，则不等式 $kx+b \leq \frac{m}{x}$ 的解集为_____.



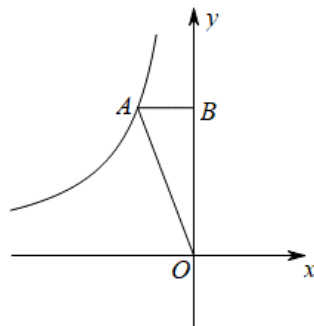
例4

1. 如图，在平面直角坐标系中，菱形 $OABC$ 的边 OA 在 x 轴的正半轴上，反比例函数 $y=\frac{k}{x}(x>0)$ 的图象经过对角线 OB 的中点 D 和顶点 C 。若菱形 $OABC$ 的面积为 12，则 k 的值为_____.



练一练

如图, 已知 A 为反比例函数 $y = \frac{k}{x} (x < 0)$ 的图象上一点, 过点 A 作 $AB \perp y$ 轴, 垂足为 B . 若 $\triangle OAB$ 的面积为 2, 则 k 的值为_____.



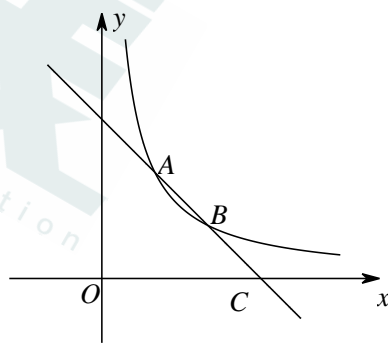
例5

1. 如图, 一次函数 $y = -x + 3$ 的图象与反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 在第一象限的图象交于

$A(1, a)$ 和 B 两点, 与 x 轴交于点 C .

(1) 求反比例函数的解析式;

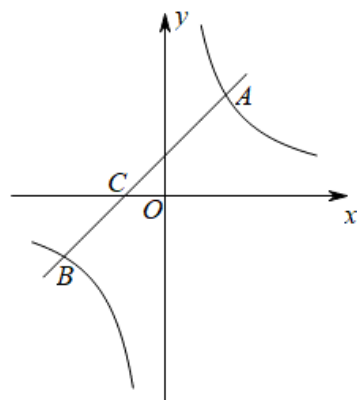
(2) 若点 P 在 x 轴上, 且 $\triangle APC$ 的面积为 5, 求点 P 的坐标.



例6

1. 如图，在平面直角坐标系中，一次函数 $y_1 = kx + b (k \neq 0)$ 的图象与反比例函数 $y_2 = \frac{m}{x} (m \neq 0)$ 的图象相交于第一、三象限内的 $A(3, 5)$ ， $B(a, -3)$ 两点，与 x 轴交于点 C 。

- (1) 求该反比例函数和一次函数的解析式；
- (2) 在 y 轴上找一点 P ，使 $PB - PC$ 最大，求 $PB - PC$ 的最大值及点 P 的坐标；
- (3) 直接写出当 $y_1 > y_2$ 时， x 的取值范围。

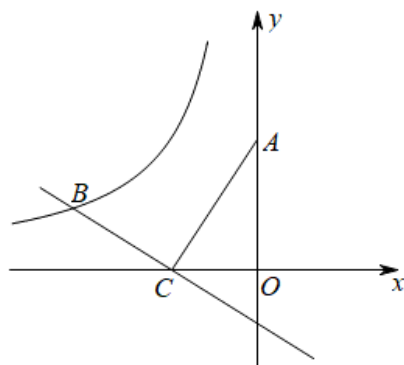


平行线
Parallel Education

练一练

如图，在平面直角坐标系 xOy 中，一次函数 $y=kx+b$ 的图象与反比例函数 $y=\frac{m}{x}$ 的图象在第二象限交于点 B ，与 x 轴交于点 C ，点 A 在 y 轴上，满足条件： $CA \perp CB$ ，且 $CA=CB$ ，点 C 的坐标为 $(-3, 0)$ ， $\cos \angle ACO = \frac{\sqrt{5}}{5}$ 。

- (1) 求反比例函数的表达式；
- (2) 直接写出当 $x < 0$ 时， $kx+b < \frac{m}{x}$ 的解集。



智慧高峰

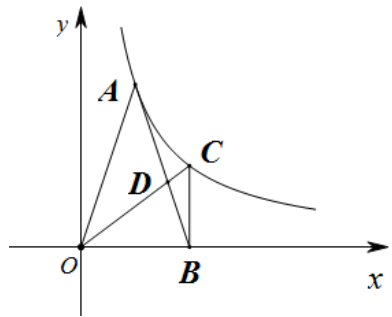
1. 如图, A 为反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ (其中 $k > 0$) 图象上的一点, 在 x 轴正半轴上有一点 B , $OB=4$,

连接 OA , AB . 且 $OA=AB=2\sqrt{10}$.

(1) 求 k 的值;

(2) 过点 B 作 $BC \perp OB$, 交反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ (其中 $k > 0$) 的图象于点 C , 连接 OC 交 AB

于点 D , 求 $\frac{AD}{DB}$ 的值.



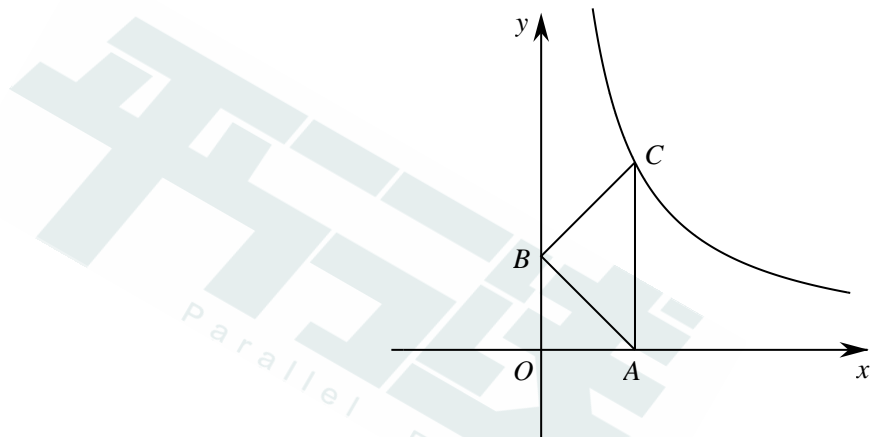
平行线
Parallel Education

智慧攻略

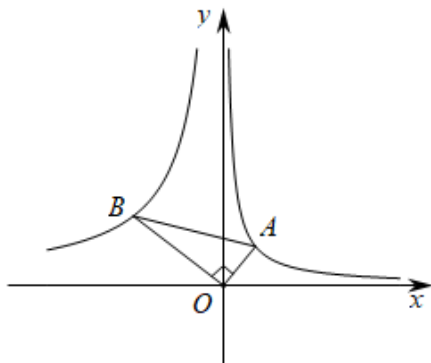
1. 反比例函数的对称性和面积不变性;
2. 反比例函数与一次函数及不等式结合时, 根据图象确定取值范围.

智慧磨炼

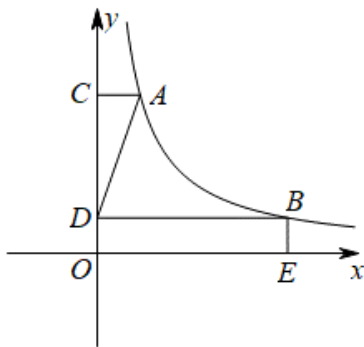
1. 如图, 在平面直角坐标系中等腰直角三角形 ABC 的顶点 A, B 分别在 x 轴, y 轴的正半轴上, $\angle ABC = 90^\circ$, $CA \perp x$ 轴, 点 C 在函数 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 的图象上, 若 $AB = 1$, 则 k 的值为_____.



2. 如图, $\text{Rt}\triangle AOB$ 中, $\angle AOB = 90^\circ$, 顶点 A, B 分别在反比例函数 $y = \frac{1}{x} (x > 0)$ 与 $y = \frac{-5}{x} (x < 0)$ 的图象上. 则 $\tan \angle BAO$ 的值为_____.



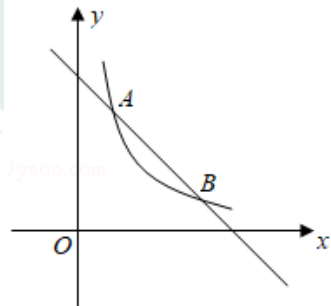
3. 如图, 反比例函数 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 经过 A, B 两点, 过点 A 作 $AC \perp y$ 轴于点 C , 过点 B 作 $BD \perp y$ 轴于点 D , 过点 B 作 $BE \perp x$ 轴于点 E , 连接 AD , 已知 $AC=1, BE=1, S_{\text{矩形}BDOE}=4$, 则 $S_{\triangle ACD} = \underline{\hspace{2cm}}$.



4. 如图, 已知反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 的图象与一次函数 $y = -x + b$ 的图象在第一象限交于 $A(1, 3), B(3, 1)$ 两点.

(1) 求反比例函数和一次函数的表达式;

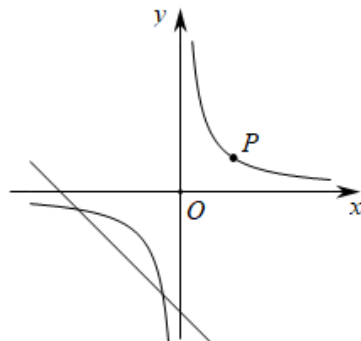
(2) 已知点 $P(a, 0) (a > 0)$, 过点 P 作平行于 y 轴的直线, 在第一象限内交一次函数 $y = -x + b$ 的图象于点 M , 交反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 上的图象于点 N . 若 $PM > PN$, 结合函数图象直接写出 a 的取值范围.



5. 如图, 双曲线 $y = \frac{m}{x}$ 经过点 $P(2, 1)$, 且与直线 $y = kx - 4 (k < 0)$ 有两个不同的交点.

(1) 求 m 的值;

(2) 求 k 的取值范围.



平行线
Parallel Education