06

第六讲

平行四边形高手进阶

八年级数学

平行线教育线上课程
2020 年

PARALLEL EDUCATION

观察可能导致发现，观察将揭示某种规则、模式或定律。

—— 波利亚

第六讲 平行四边形高手进阶

智慧导航

1．平行四边形的判定与性质的作用

平行四边形对应边相等，对应角相等，对角线互相平分及它的判定，是我们证明直线的平行、线段相等、角相等的重要方法，若要证明两直线平行和两线段相等、两角相等，可考虑将要证的直线、线段、角、分别置于一个四边形的对边或对角的位置上，通过证明四边形是平行四边形达到上述目的.

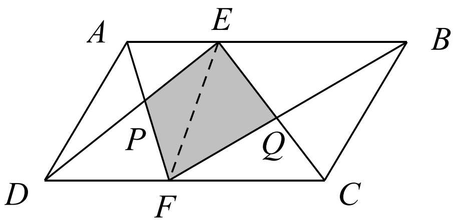
2．解题要领

凡是可以用平行四边形知识证明的问题，不要再回到用三角形全等证明，应直接运用平行四边形的性质和判定去解决问题.

智慧基石

例 1

1. 如图所示，E、F 分别是平行四边形 $ABCD$ 的边 AB、CD 上的点，AF 与 DE 相交于点 P，BF 与 CE 相交于点 Q．若 $S_{\Delta APD}=2\text{cm}^2$，$S_{\Delta BQC}=4\text{cm}^2$，则阴影部分的面积为(　　)



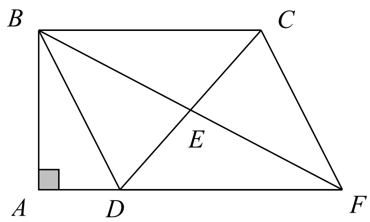
A．6cm^2　　B．8cm^2　　C．10cm^2　　D．12cm^2

例 2

1. 如图，四边形 $ABCD$ 中，$\angle A=\angle ABC=90°$，$AD=1$，$BC=3$，E 是边 CD 的中点，连接 BE 并延长与 AD 的延长线相交于点 F．

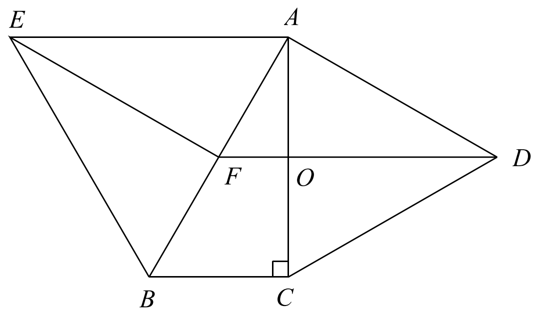
（1）求证：四边形 $BDFC$ 是平行四边形；

（2）若 ΔBCD 是等腰三角形，求四边形 $BDFC$ 的面积．



例3

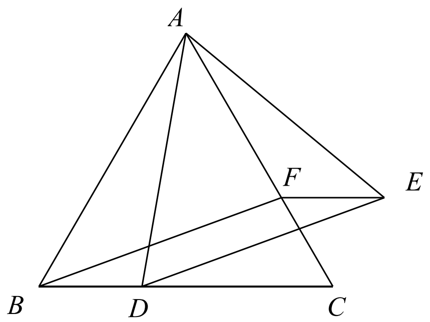
1. 如图：分别以 RtΔABC 的直角边 AC 及斜边 AB 为边作等边 ΔACD 及等边 ΔABE，已知 $\angle BAC = 30°$，$EF \perp AB$，垂足为 F，连接 DF 交 AC 于点 O．给出下列说法：① $AC = EF$；②四边形 $ADFE$ 是平行四边形；③ $\Delta ABC \cong \Delta ADO$；④ $2FO = BC$；⑤ $\angle EAD = 120°$．其中正确结论的个数是(　　)个



A．2　　B．3　　C．4　　D．5

例 4

1. 如图，已知ΔABC是边长为3的等边三角形，点D是边BC上的一点，且$BD=1$，以AD为边作等边ΔADE，过点E作$EF//BC$，交AC于点F，连接BF，则下列结论中①$\Delta ABD\cong\Delta BCF$；②四边形$BDEF$是平行四边形；③$S_{\text{四边形}BDEF}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$；④$S_{\Delta AEF}=\sqrt{3}$．其中正确的有(　　)



A．1个　　B．2个　　C．3个　　D．4个

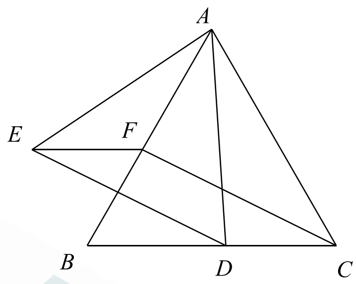
练一练

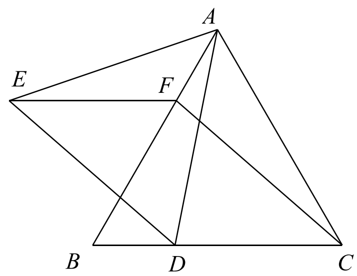
如图，ΔABC 是等边三角形，点 D 是边 BC 上的一点，以 AD 为边作等边 ΔADE，过点 C 作 $CF//DE$ 交 AB 于点 F．

（1）若点 D 是 BC 边的中点（如图①），求证：$EF=CD$；

（2）在（1）的条件下直接写出 ΔAEF 和 ΔABC 的面积比；

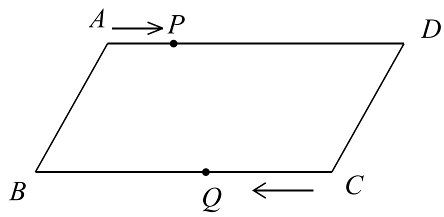
（3）若点 D 是 BC 边上的任意一点（除 B、C 外），那么（1）中的结论是否仍然成立？若成立，请给出证明；若不成立，请说明理由．





例 5

1．如图，平行四边形 $ABCD$ 中，$AB=8\text{cm}$，$AD=12\text{cm}$，点 P 在 AD 边上以每秒 1cm 的速度从点 A 向点 D 运动，点 Q 在 BC 边上，以每秒 4cm 的速度从点 C 出发，在 CB 间往返运动，两个点同时出发，当点 P 到达点 D 时停止（同时点 Q 也停止），在运动以后，以 P、D、Q、B 四点组成平行四边形的次数有__________次．

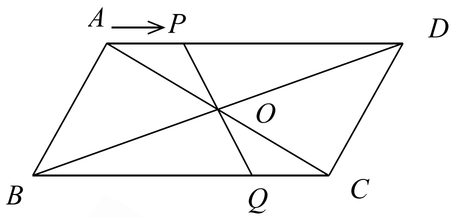


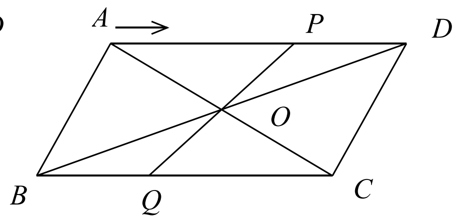
练一练

如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，对角线 AC ， BD 相交于点 O ， $AB \perp AC$ ， $AB=3\text{cm}$ ， $BC=5\text{cm}$ ．点 P 从 A 点出发沿 AD 方向匀速运动速度为 lcm/s ，连接 PO 并延长交 BC 于点 Q ．设运动时间为 $t(s)(0<t<5)$

（1）当 t 为何值时，四边形 $ABQP$ 是平行四边形？

（2）设四边形 $OQCD$ 的面积为 $y(\text{cm}^2)$ ，当 $t=4$ 时，求 y 的值．





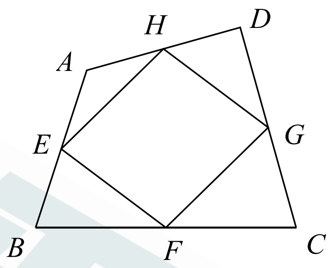
例 6

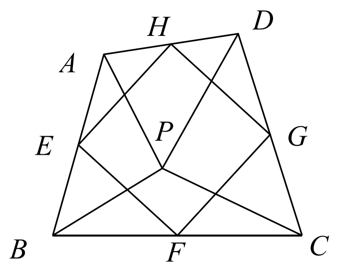
1. 我们给出如下定义：顺次连接任意一个四边形各边中点所得的四边形叫中点四边形.

（1）如图 1，四边形 $ABCD$ 中，点 E，F，G，H 分别为边 AB，BC，CD，DA 的中点．求证：中点四边形 $EFGH$ 是平行四边形；

（2）如图 2，点 P 是四边形 $ABCD$ 内一点，且满足 $PA=PB$，$PC=PD$，$\angle APB=\angle CPD$，点 E，F，G，H 分别为边 AB，BC，CD，DA 的中点，猜想中点四边形 $EFGH$ 的形状，并证明你的猜想；

（3）若改变（2）中的条件，使 $\angle APB=\angle CPD=90°$，其他条件不变，直接写出中点四边形 $EFGH$ 的形状．（不必证明）



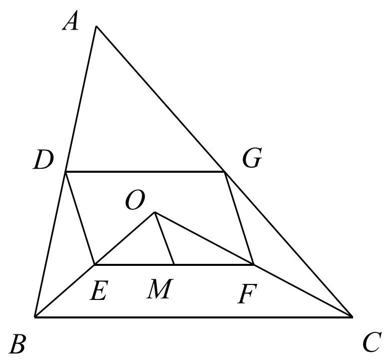


练一练

如图，点 O 是 ΔABC 内一点，连结 OB、OC，并将 AB、OB、OC、AC 的中点 D、E、F、G 依次连结，得到四边形 $DEFG$.

（1）求证：四边形 $DEFG$ 是平行四边形；

（2）若 M 为 EF 的中点，$OM=3$，$\angle OBC$ 和 $\angle OCB$ 互余，求 DG 的长度.

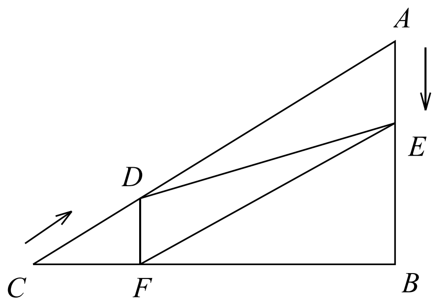


智慧高峰

1. 如图，在 RtΔABC 中，$\angle B=90^{\circ}$，$AC=60\text{cm}$，$\angle A=60^{\circ}$，点 D 从点 C 出发沿 CA 方向以 4cm/s 的速度向点 A 匀速运动，同时点 E 从点 A 出发沿 AB 方向以 2cm/s 的速度向点 B 匀速运动，当其中一个点到达终点时，另一个点也随之停止运动．设点 D，E 运动的时间是 $ts(0<t\leqslant 15)$．过点 D 作 $DF\perp BC$ 于点 F，连接 DE，EF．

（1）求证：四边形 $AEFD$ 是平行四边形；

（2）当 t 为何值时，ΔDEF 为直角三角形？请说明理由．



智慧攻略

1．重点：平行四边形与其他几何知识的综合

2．难点：

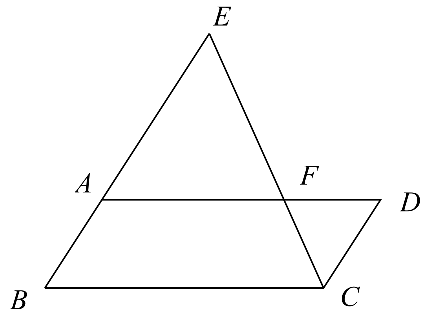
A． 平行四边形存在性

B． 中位线的用法

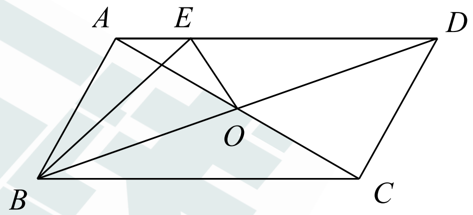
C． 平行四边形中的计算问题

智慧磨炼

1. 如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，$AB=2$，$BC=5$．$\angle BCD$ 的平分线交 AD 于点 F，交 BA 的延长线于点 E，则 AE 的长为__________.



2. 如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，$AB=10\text{cm}$，$AD=15\text{cm}$，AC、BD 相交于点 O．$OE\perp BD$ 交 AD 于 E，则 ΔABE 的周长为(　　)

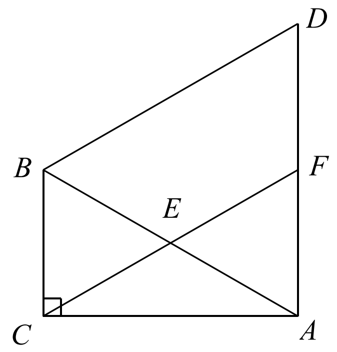


A．20cm　　B．22cm　　C．25cm　　D．30cm

3. 如图，在ΔABC中，$\angle ACB=90^\circ$，$\angle CAB=30^\circ$，以线段AB为边向外作等边ΔABD，点E是线段AB的中点，连接CE并延长交线段AD于点F．

（1）求证：四边形$BCFD$为平行四边形；

（2）若$AB=6$，求四边形$ADBC$的面积．



4. 如图，以BC为底边的等腰ΔABC，点D，E，G分别在BC，AB，AC上，且$EG//BC$，$DE//AC$，延长GE至点F，使得$BE=BF$．

（1）求证：四边形$BDEF$为平行四边形；

（2）当$\angle C=30^\circ$，$BD=2\sqrt{3}$时，求D，F两点间的距离．