

2017-2018 学年上学期高二年级期末考试

数学 参考答案

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	C	B	C	B	C	C	D	A	D	A	B	B

二、填空题（本题共 4 小题，共 20 分）

13. $\sqrt{13}$

14. 6

15. $\sqrt{14}$

16. ③

三、计算题（本大题包括 6 小题，共 70 分，解答应写出必要的文字说明、方程式和重要演算步骤。只写出最后答案的不能得分）

17. 已知 p ：方程 $x^2 + mx + 1 = 0$ 有两个不等的负根； q ：方程 $4x^2 + 4(m-2)x + 1 = 0$ 无实根，若“ p 或 q ”真“ p 且 q ”为假，求 m 的取值范围。

解：若方程 $x^2 + mx + 1 = 0$ 有两个不等的负根，

$$\text{则} \begin{cases} \Delta = m^2 - 4 > 0 \\ m > 0 \end{cases}$$

解得 $m > 2$ ，

若方程 $4x^2 + 4(m-2)x + 1 = 0$ 无实根，则 $\Delta = 16(m-2)^2 - 16 < 0$ ，

解得： $1 < m < 3$

\therefore “ p 或 q ”真“ p 且 q ”，

因此，命题 p ， q 应一真一假，

$$\therefore \begin{cases} m > 2 \\ m \leq 1, \text{或} m \geq 3 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} m \leq 2 \\ 1 < m < 3 \end{cases}, \text{ 解得: } m \in (1, 2] \cup [3, +\infty).$$

18. 等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = -1$, 公差 $d \neq 0$ 且 a_2, a_3, a_6 成等比数列, 前 n 项的和为 S_n .

(1) 求 a_n 及 S_n ;

(2) 设 $b_n = \frac{1}{a_n a_{n+1}}$, $T_n = b_1 + b_2 + \dots + b_n$, 求 T_n .

解: (1) 由题意可得 $a_2 \cdot a_6 = a_3^2$,

又 $\because a_1 = -1, \therefore (-1+d) \cdot (-1+5d) = (-1+2d)^2$,

解得: $d = 2$.

$$\therefore a_n = -1 + 2(n-1) = 2n - 3.$$

$$S_n = -n + \frac{n(n-1) \times 2}{2} = n^2 - 2n;$$

$$(2) b_n = \frac{1}{a_n a_{n+1}} = \frac{1}{(2n-3)(2n-1)} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2n-3} - \frac{1}{2n-1} \right),$$

$$\therefore T_n = b_1 + b_2 + \dots + b_n = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{1}{-1} - \frac{1}{1} \right) + \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{3} \right) + \dots + \left(\frac{1}{2n-3} - \frac{1}{2n-1} \right) \right]$$

$$= \frac{1}{2} \left(-1 - \frac{1}{2n-1} \right) = -\frac{n}{2n-1}.$$

19. 2017 年 12 月 4 日 0 时起郑州市实施机动车单双号限行, 新能源汽车不在限行范围内, 某人为了出行方便, 准备购买某能源汽车. 假设购车费用为 14.4 万元, 每年应交付保险费、充电费等其他费用共 0.9 万元, 汽车的保养维修费为: 第一年 0.2 万元, 第二年 0.4 万元, 第三年 0.6 万元, ..., 依等差数列逐年递增.

(1) 设使用 n 年该车的总费用 (包括购车费用) 为 $f(n)$, 试写出 $f(n)$ 的表达式;

(2) 问这种新能源汽车使用多少年报废最合算 (即该车使用多少年平均费用最少), 年平均费用的最小值是多少?

解: (1) 由题意得:

$$f(n) = 14.4 + (0.2 + 0.4 + 0.6 + \dots + 0.2n) + 0.9n$$

$$= 14.4 + \frac{0.2n(n+1)}{2} + 0.9n$$

$$= 0.1n^2 + n + 14.4.$$

(2) 设该车的年平均费用为 S 万元, 则有:

$$S = \frac{1}{n} f(n) = \frac{1}{n} (0.1n^2 + n + 14.4)$$

$$= \frac{n}{10} + \frac{14.4}{n} + 1 \geq 2\sqrt{1.44} + 1 = 3.4.$$

当且仅当 $\frac{n}{10} = \frac{14.4}{n}$, 即 $n=12$ 时, 等号成立, 即 S 取最小值 3.4 万元.

∴ 这种新能源汽车使用 12 年报废最合算, 年平均费用的最小值是 3.4 万元.

20. 已知 a, b, c 分别为 $\triangle ABC$ 三个内角 A, B, C 的对边, 且 $c \cdot \cos B + (b - 2a) \cos C = 0$.

(I) 求 C ;

(II) 若 CD 为 AB 边上的中线, $\cos A = \frac{1}{7}$, $CD = \frac{\sqrt{129}}{2}$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

解: (I) ∵ $c \cdot \cos B + (b - 2a) \cos C = 0$,

由正弦定理化简可得: $\sin C \cos B + \sin B \cos C - 2 \sin A \cos C = 0$, 即 $\sin A = 2 \sin A \cos C$,

$$\because 0 < A < \pi,$$

$$\therefore \sin A \neq 0.$$

$$\therefore \cos C = \frac{1}{2}.$$

$$\because 0 < C < \pi, \quad \therefore C = \frac{\pi}{3}.$$

(II) 在 $\triangle ABC$ 中, $\cos A = \frac{1}{7}$,

$$\therefore \sin A = \frac{4\sqrt{3}}{7},$$

$$\therefore \sin B = \sin(A + C) = \sin A \cos C + \cos A \sin C = \frac{4\sqrt{3}}{7} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{7} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{5\sqrt{3}}{14},$$

$$\therefore \frac{b}{c} = \frac{\sin B}{\sin C} = \frac{5}{7},$$

设 $b = 5x$, $c = 7x$,

$$\because CD \text{ 为 } AB \text{ 边上的中线, } CD = \frac{\sqrt{129}}{2},$$

由余弦定理, 得 $CD^2 = AD^2 + AC^2 - 2AD \cdot AC \cos A$,

$$\therefore \frac{129}{4} = \frac{1}{4} \times 49x^2 + 25x^2 - 2 \times \frac{7x}{2} \times 5x \times \frac{1}{7}, \text{ 解得 } x = 1,$$

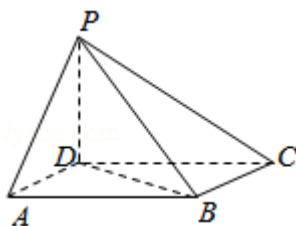
$$\therefore b = 5, \quad c = 7,$$

$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}bc \sin A = \frac{1}{2} \times 7 \times 5 \times \frac{4\sqrt{3}}{7} = 10\sqrt{3}.$$

21. 如图, 四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 为平行四边形, $AB = 2AD = 4$, $BD = 2\sqrt{3}$, $PD \perp$ 底面 $ABCD$.

(I) 证明: 平面 $PBC \perp$ 平面 PBD ;

(II) 若二面角 $P-BC-D$ 大小为 $\frac{\pi}{4}$, 求 AP 与平面 PBC 所成角的正弦值.



(I) 证明: $\because CD^2 = BC^2 + BD^2 \therefore BC \perp BD$.

又 $\because PD \perp$ 底面 $ABCD \therefore PD \perp BC$.

又 $\because PD \cap BD = D \therefore BC \perp$ 平面 PBD .

而 $BC \subset$ 平面 PBC , \therefore 平面 $PBC \perp$ 平面 PBD

(II) 由 (I) 知, $BC \perp$ 平面 PBD ,

所以 $\angle PBD$ 即为二面角 $P-BC-D$ 的平面角, 即 $\angle PBD = \frac{\pi}{4}$.

而 $BD = 2\sqrt{3}$, 所以 $PD = 2\sqrt{3}$.

\because 底面 $ABCD$ 为平行四边形, $\therefore DA \perp DB$,

分别以 DA 、 DB 、 DP 为 x 轴、 y 轴、 z 轴建立空间直角坐标系.

则 $A(2, 0, 0)$, $B(0, 2\sqrt{3}, 0)$, $C(-2, 2\sqrt{3}, 0)$, $P(0, 0, 2\sqrt{3})$,

所以, $\overline{AP} = (-2, 0, 2\sqrt{3})$, $\overline{BC} = (-2, 0, 0)$, $\overline{BP} = (0, -2\sqrt{3}, 2\sqrt{3})$,

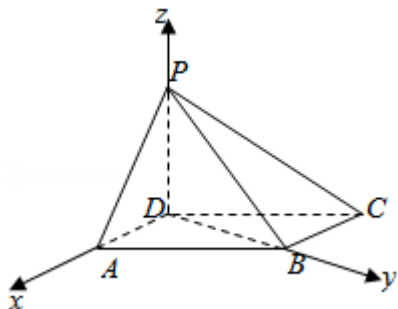
设平面 PBC 的法向量为 $\vec{n} = (a, b, c)$,

$$\text{则 } \begin{cases} \vec{n} \cdot \overline{BC} = 0 \\ \vec{n} \cdot \overline{BP} = 0 \end{cases} \text{ 即 } \begin{cases} -2a = 0 \\ -2\sqrt{3}b + 2\sqrt{3}c = 0. \end{cases}$$

令 $b=1$ 则 $\vec{n}=(0,1,1)$,

$\therefore AP$ 与平面 PBC 所成角的正弦值为:

$$\sin \theta = \frac{|\overrightarrow{AP} \cdot \vec{n}|}{|\overrightarrow{AP}| |\vec{n}|} = \frac{2\sqrt{3}}{4 \times \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6}}{4} \dots$$



22. 已知点 P 是圆 $F_1:(x-1)^2 + y^2 = 8$ 上任意一点, 点 F_2 与点 F_1 关于原点对称, 线段 PF_2 的垂直平分线分别与 PF_1 , PF_2 交于 M , N 两点.

(1) 求点 M 的轨迹 C 的方程;

(2) 过点 $G(0, \frac{1}{3})$ 的动直线 l 与点的轨迹 C 交于 A , B 两点, 在 y 轴上是否存在定点 Q , 使以 AB

为直径的圆恒过这个点? 若存在, 求出点 Q 的坐标; 若不存在, 请说明理由.

解: (1) 由圆 $F_1:(x-1)^2 + y^2 = 8$, 得 $F_1(1,0)$, 则 $F_2(-1,0)$,

由题意得 $|MF_1| + |MF_2| = |MF_1| + |MP| = |F_1P| = 2\sqrt{2} > |F_1F_2| = 2$,

\therefore 点 M 的轨迹 C 为以 F_1 , F_2 为焦点的椭圆,

$$\therefore 2a = 2\sqrt{2}, 2c = 2,$$

\therefore 点 M 的轨迹 C 的方程为 $\frac{x^2}{2} + y^2 = 1$;

(2) 直线 l 的方程可设为 $y = kx + \frac{1}{3}$, 设 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$,

$$\text{联立} \begin{cases} y = kx + \frac{1}{3} \\ \frac{x^2}{2} + y^2 = 1 \end{cases} \text{ 可得 } 9(1+2k^2)x^2 + 12kx - 16 = 0.$$

$$\text{则 } x_1 + x_2 = -\frac{4k}{3(1+2k^2)}, x_1 x_2 = -\frac{16}{9(1+2k^2)},$$

假设在 y 轴上是否存在定点 $Q(0, m)$, 使以 AB 为直径的圆恒过这个点,

则 $\overrightarrow{AQ} \perp \overrightarrow{BQ}$ ，即 $\overrightarrow{AQ} \cdot \overrightarrow{BQ} = 0$ 。

$$\because \overrightarrow{AQ} = (-x_1, m - y_1), \overrightarrow{BQ} = (-x_2, m - y_2),$$

$$\therefore \overrightarrow{AQ} \cdot \overrightarrow{BQ} = x_1 x_2 + (m - y_1)(m - y_2) = x_1 x_2 + (m - kx_1 - \frac{1}{3})(m - kx_2 - \frac{1}{3})$$

$$= (1 + k^2)x_1 x_2 + k(\frac{1}{3} - m)(x_1 + x_2) + m^2 - \frac{2m}{3} + \frac{1}{9}$$

$$= -\frac{16(1+k^2)}{9(1+2k^2)} - \frac{12k^2(\frac{1}{3}-m)}{9(1+2k^2)} + m^2 - \frac{2m}{3} + \frac{1}{9} = \frac{(18m^2-18)k^2 + (9m^2-6m-15)}{9(1+2k^2)} = 0.$$

$$\therefore \begin{cases} 18m^2 - 18 = 0 \\ 9m^2 - 6m - 15 = 0 \end{cases}, \text{ 解得 } m = -1.$$

因此，在 y 轴上存在定点 $Q(0, -1)$ ，使以 AB 为直径的圆恒过这个点。

2018-2019 河南省郑州市高二上学期期末试卷参考答案

数 学

一、选择题：本大题共有 12 个小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题所给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1-5 B A C A C 6-10 D A D B D 11-12 B C

二、填空题：本大题共有 4 个小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. $5\sqrt{6}$

14. -3

15. $5+2\sqrt{6}$

16. ③④

三、解答题：本大题共 6 个小题，共 70 分，解答题应写文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (10 分) 已知 $p: x^2 + 3x - 4 \leq 0$, $q: (x+1)(x-m) < 0$.

(1) 若 $m=2$, 命题 “ $p \vee q$ ” 为真, 求实数 x 的取值范围;

(2) 若 p 是 q 的必要不充分条件, 求实数 m 的取值范围.

【解答】解: (1) 若 $m=2$ 时, $p: -4 \leq x \leq 1$, $q: 1 < x < 2$,

$p \vee q$ 为真时, p 、 q 两个命题一真一假或两个都为真, 其对立事件为两个都为假, 当 p 假且 q 假时

$$\begin{cases} x > 1 \text{ 或 } x < -4 \\ x \geq 2 \text{ 或 } x \leq -1 \end{cases}, \text{ 即 } x \geq 2 \text{ 或 } x < -4,$$

所以 $p \vee q$ 为真时 $-4 \leq x < 2$, 即 x 的取值范围为 $[-4, 2)$;

(2) 若 p 是 q 的必要不充分条件, 则 q 的解集 $\subsetneq p$ 的解集,

① $q = \emptyset$ 时, 即 $m = -1$ 时, 满足题意;

② $q \neq \emptyset$ 时, 当 $m > -1$ 时 $p: -4 \leq x \leq 1$, $q: -1 < x < m$, 因为 $q \subsetneq p$, 所以 $m \leq 1$.

当 $m < -1$ 时 $p: -4 \leq x \leq 1$, $q: m < x < -1$, 因为 $q \subsetneq p$, 所以 $m \geq -4$.

所以 $-4 \leq m \leq 1$;

综上, 实数 m 的取值范围为 $[-4, 1]$.

18. (12分) 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 $S_n = n^2 + n - 1 (n \in N^*)$

(I) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(II) 若 $b_n = \frac{1}{a_n a_{n+1}}$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

【解答】解: (1) $\because S_n = n^2 + n - 1 (n \in N^*)$.

\therefore 当 $n \geq 2$ 时, $S_{n-1} = (n-1)^2 + (n-1) - 1 \dots \dots \dots 2$ 分

$\therefore a_n = S_n - S_{n-1} = n^2 + n - 1 - [(n-1)^2 + (n-1) - 1] = 2n$; $\dots \dots \dots 4$ 分

又当 $n=1$ 时, $a_1 = S_1 = 1$, 不满足上式. $\dots \dots \dots 5$ 分

$\therefore a_n = \begin{cases} 1, n=1 \\ 2n, n \geq 2 \end{cases} \dots \dots \dots 6$ 分

(2) 当 $n \geq 2$ 时, $b_n = \frac{1}{a_n a_{n+1}} = \frac{1}{2n \cdot 2(n+1)} = \frac{1}{4} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \right) \dots \dots \dots 8$ 分

$\therefore T_n = b_1 + b_2 + \dots + b_n = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \left[\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} \right) + \dots + \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \right) \right] = \frac{1}{4} \left(1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{n+1} \right) = \frac{3}{8} - \frac{1}{4n+4}$;

$\dots \dots \dots 10$ 分

\therefore 当 $n=1$ 时, $T_1 = b_1 = \frac{1}{4}$, 满足上式; $\dots \dots \dots 11$ 分

$\therefore T_n = \frac{3}{8} - \frac{1}{4n+4}$. $\dots \dots \dots 12$ 分

19. (12分) 在 $\triangle ABC$ 中, a, b, c 分别为内角 A, B, C 所对的边, 且满足 $\sin C + \sqrt{3} \cos C = 2$,

(I) 求 C 的大小;

(II) 现给出三个条件: ① $a = \sqrt{3}b$; ② $B = \frac{\pi}{4}$; ③ $c = 2$. 试从中选择两个可以确定 $\triangle ABC$ 的条件,

写出你的选择并以此为依据求 $\triangle ABC$ 的面积 S . (只写出一种情况即可)

【解答】(本题满分为 12 分)

解：(I) 依题意得： $\sin C + \sqrt{3} \cos C = 2(\frac{1}{2} \sin C + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos C) = 2 \sin(C + \frac{\pi}{3}) = 2$,

即 $\sin(C + \frac{\pi}{3}) = 1$,3 分

$\therefore 0 < C < \pi$,

$\therefore \frac{\pi}{3} < C + \frac{\pi}{3} < \frac{4\pi}{3}$,

$\therefore C + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{2}$,

$\therefore C = \frac{\pi}{6}$;5 分

(II) 方案一：选条件①和③,6 分

由余弦定理 $a^2 + b^2 - 2ab \cos C = c^2$, 有 $3b^2 + b^2 - 2\sqrt{3}b^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 4$,8 分

则 $b = 2$, $a = 2\sqrt{3}$,10 分

所以 $S = \frac{1}{2} ab \sin C = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times 2 \times \frac{1}{2} = \sqrt{3}$12 分

方案二：选条件②和③,6 分

由正弦定理 $\frac{c}{\sin C} = \frac{b}{\sin B}$, 得 $b = c \cdot \frac{\sin B}{\sin C} = 2\sqrt{2}$,8 分

$\therefore A + B + C = \pi$,

$\therefore \sin A = \sin(B + C) = \sin B \cos C + \cos B \sin C = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$,10 分

$\therefore S = \frac{1}{2} bc \sin A = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{2} \times 2 \times \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4} = \sqrt{3} + 1$12 分

说明：若选条件①和②, 由 $a = \sqrt{3}b$ 得, $\sin A = \sqrt{3} \sin B = \frac{\sqrt{6}}{2} > 1$, 不成立, 这样的三角形不存在.

20. (12分) 2018年是中国改革开放40周年, 改革开放40年来, 从开启新时期到跨入新世纪, 从站上新起点到进入新时代, 我们党引领人民绘就了一幅波澜壮阔、气势恢宏的历史画卷, 谱写了一曲感天动地、气壮山河的奋斗赞歌. 40年来, 我们始终坚持保护和节约资源, 坚持推进生态文明建设. 郑州市政府也越来越重视生态系统的重建和维护. 若已知市财政下拨一项专款100(百万元), 分别用于植绿护绿和处理污染两个生态维护项目, 植绿护绿项目五年内带来的生态受益可表示为投放资金 x (单位: 百万元)的函数 M (单位: 百万元), $M(x) = \frac{50x}{10+x}$, 处理污染项目五年

内带来的生态受益可表示为投放资金 x (单位: 百万元)的函数 N (单位: 百万元), $N(x) = 0.2x$.

- (1) 设分配给植绿护绿项目的资金为 x (百万元), 则两个生态项目五年内带来的收益总和为 y , 写出 y 关于 x 的函数解析式和定义域;
- (2) 生态项目的投资开始利润薄弱, 只有持之以恒, 才能功在当代, 利在千秋, 试求出 y 的最大值, 并求出此时对两个生态项目的投资分别为多少?

【解答】解: (1) $y = M(x) + N(x) = \frac{50x}{10+x} + 0.2(100-x), x \in [0, 100],$

$$(2) \text{ 由 (1) 得到 } y = \frac{50(x+10) - 500}{10+x} + 0.2(-10-x+110) = 50 - \frac{500}{10+x} - \frac{10+x}{5} + 22$$

$$\leq 72 - 2\sqrt{\frac{500}{10+x} \cdot \frac{10+x}{5}} = 72 - 20 = 52$$

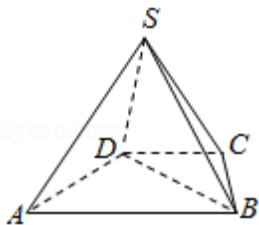
当且仅当 $\frac{500}{10+x} = \frac{10+x}{5}$ 取等号, 即 $x=40$ 时, 取等号.

所以 y 的最大值为 52 万元, 分别投资给植绿护绿和处理污染两个生态维护项目 40 万和 60 万元.

21. (12分) 如图, 四棱锥 $S-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 是梯形, 且 $AB \parallel CD$, $\angle ABC = 90^\circ$, $AB = SD = 2$, $CD = 1$, $\angle BAD = 60^\circ$, $SA \perp SB$.

- (1) 求证: 平面 $SAB \perp$ 平面 $ABCD$;

(2) 若 $SA = SB$ ，求二面角 $A-SD-C$ 的余弦值.



【解答】解：(1) 取 AB 中点 O ，连接 BD 、 DO 、 SO ，

在直角梯形 $ABCD$ 中， $\angle BCD = 90^\circ$ ， $\angle BAD = 60^\circ$ ， $AB = 2$ ， $CD = 1$ ，

$$\therefore OA = OB = 1, DO \perp AB, OD = \sqrt{3};$$

$$\therefore BD = AB, \text{ 又 } \angle BAD = 60^\circ,$$

$\therefore \triangle ABD$ 为等边三角形.

$$\because SA \perp SB, \therefore SO = \frac{1}{2} AB = 1.$$

$$\because SD = 2, \therefore OS^2 + OD^2 = SD^2. \therefore DO \perp SO.$$

$$\because AB \cap SO = O, \therefore DO \perp \text{平面 } SAB.$$

$$\because DO \subset \text{平面 } ABCD, \therefore \text{平面 } SAB \perp \text{平面 } ABCD. \dots\dots\dots 5 \text{分}$$

$$(2) \because OS^2 + OA^2 = 1^2 + 1^2 = (\sqrt{2})^2 = SA^2, \therefore SO \perp AO.$$

由 (1) 知，平面 $SAB \perp$ 平面 $ABCD$ ， $\therefore SO \perp$ 平面 $ABCD$ ，

\therefore 直线 OD ， OB ， OS 两两垂直. 以 O 为原点建立空间直角坐标系 $O-xyz$ ，如图，

则 $O(0,0,0), A(0,-1,0), B(0,1,0), D(\sqrt{3},0,0), C(\sqrt{3},1,0), S(0,0,1)$.

$$\therefore \overrightarrow{AS} = (0,1,1), \overrightarrow{SD} = (\sqrt{3},0,-1), \overrightarrow{DC} = (0,1,0). \dots\dots\dots 6 \text{分}$$

设平面 ASD 的法向量为 $\vec{m} = (x, y, z)$ ，

$$\text{由 } \begin{cases} \vec{m} \cdot \overrightarrow{AS} = 0 \\ \vec{m} \cdot \overrightarrow{SD} = 0 \end{cases}, \text{ 得 } \begin{cases} y + z = 0 \\ \sqrt{3}x - z = 0 \end{cases}, \text{ 取 } x = 1, \text{ 得 } \vec{m} = (1, -\sqrt{3}, \sqrt{3}), \dots\dots\dots 8 \text{分}$$

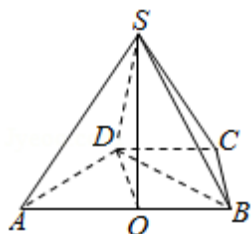
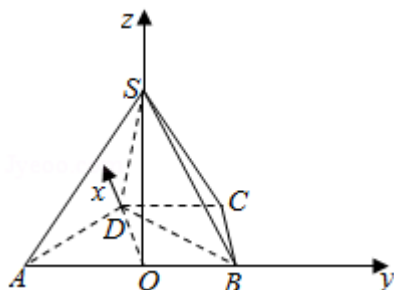
设平面 SCD 的法向量为 $\vec{n} = (x, y, z)$, 由 $\begin{cases} \vec{n} \cdot \vec{SD} = 0 \\ \vec{n} \cdot \vec{DC} = 0 \end{cases}$, 得 $\begin{cases} \sqrt{3}x - z = 0 \\ 2y = 0 \end{cases}$, 取 $x=1$,

得 $\vec{n} = (1, 0, \sqrt{3})$,10分

$\therefore \cos \langle \vec{m}, \vec{n} \rangle = \frac{\vec{m} \cdot \vec{n}}{|\vec{m}| |\vec{n}|} = \frac{2\sqrt{7}}{7}$,11分

由图可知二面角 $A-SD-C$ 为钝二面角,

\therefore 二面角 $A-SD-C$ 的余弦值为 $-\frac{2\sqrt{7}}{7}$12分



22. (12分) 设椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$, F_1, F_2 为左右焦点, B 为短轴端点, 长轴长为 4, 焦距为 $2c$,

且 $b > c$, $\triangle BF_1F_2$ 的面积为 $\sqrt{3}$.

(I) 求椭圆 C 的方程

(II) 设动直线 $l: y = kx + m$ 椭圆 C 有且仅有一个公共点 M , 且与直线 $x = 4$ 相交于点 N . 试探究: 在坐标平面内是否存在定点 P , 使得以 MN 为直径的圆恒过点 P ? 若存在求出点 P 的坐标, 若不存在. 请说明理由.

【解答】 解: (I) \because 椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$, F_1, F_2 为左右焦点,

B 为短轴端点, 长轴长为 4, 焦距为 $2c$, 且 $b > c$, $\triangle BF_1F_2$ 的面积为 $\sqrt{3}$.

$$\therefore \text{由题意知} \begin{cases} 2a = 4 \\ \frac{1}{2} \cdot 2c \cdot b = \sqrt{3} \\ a^2 = b^2 + c^2 \end{cases}, \text{解得: } \begin{cases} a = 2 \\ b = \sqrt{3} \\ c = 1 \end{cases}$$

故椭圆 C 的方程是 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$4分

$$(II) \text{ 由 } \begin{cases} y = kx + m \\ \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1 \end{cases}, \text{ 得 } (4k^2 + 3)x^2 + 8kmx + 4m^2 - 12 = 0. \text{6分}$$

\therefore 动直线 l 与椭圆 C 有且只有一个公共点 $M(x_0, y_0)$, $\therefore m \neq 0$ 且 $\Delta = 0$,

即 $64k^2m^2 - 4(4k^2 + 3)(4m^2 - 12) = 0$, 化简得 $4k^2 - m^2 + 3 = 0$. (*)

此时 $x_0 = -\frac{4km}{4k^2 + 3} = -\frac{4k}{m}$, $y_0 = kx_0 + m = \frac{3}{m}$, $\therefore M(-\frac{4k}{m}, \frac{3}{m})$.

由 $\begin{cases} x = 4 \\ y = kx + m \end{cases}$, 得 $N(4, 4k + m)$8分

假设平面内存在定点 P 满足条件, 由图形对称性知, 点 P 必在 x 轴上.

设 $P(x_1, 0)$, 则 $\overrightarrow{PM} \cdot \overrightarrow{PN} = 0$ 对满足(*)式的 m, k 恒成立.

$\therefore \overrightarrow{PM} = (-\frac{4k}{m} - x_1, \frac{3}{m})$, $\overrightarrow{PN} = (4 - x_1, 4k + m)$, 由 $\overrightarrow{PM} \cdot \overrightarrow{PN} = 0$,10分

得 $-\frac{16k}{m} + \frac{4kx_1}{m} - 4x_1 + x_1^2 + \frac{12k}{m} + 3 = 0$,

整理, 得 $(4x_1 - 4)\frac{k}{m} + x_1^2 - 4x_1 + 3 = 0$. (**).11分

由于(**)式对满足(*)式的 m, k 恒成立,

$$\therefore \begin{cases} 4x_1 - 4 = 0 \\ x_1^2 - 4x_1 + 3 = 0 \end{cases}, \text{ 解得 } x_1 = 1.$$

故存在定点 $P(1, 0)$, 使得以 MN 为直径的圆恒过点 M12分

2017—2018 学年上期期末考试

高中二年级 物理 参考答案

一、选择题(本题共 12 小题, 每小题 4 分, 共 48 分。第 1-8 小题只有一个选项正确, 第 9-12 小题有多个选项正确, 全部选对的得 4 分, 选对但不全的得 2 分, 有选错或不答的得 0 分)

题号	1	2	3	4	5	6
答案	B	D	B	D	D	C
题号	7	8	9	10	11	12
答案	C	C	AC	AC	CD	CD

二、实验题(本题共 2 小题, 共 12 分。请按题目要求作答。)

1. (1) B (1分) C (1分) E (1分) (2) a (1分) (3) c (1分)

2. (1) 6.8 (1分) 小于 (1分) (2) 红表笔 (1分) $I = \frac{E}{R_0 + R_g + r + R_x}$ (2分)

(3) C (2分)

三、计算题(本题共 4 小题, 共 40 分。解答应写出必要的文字说明、方程式和重要的演算步骤, 只写出最后答案的不能得分。有数值计算的题, 答案中必须明确写出数值的单位。)

3. (1) 由于题中移动的是负电荷, 在由 A 移到 B 的过程中, 电势能增加, 电场力做负功, 所以 A、B

$$\text{两点的电势差为 } U_{AB} = \frac{W_{AB}}{q} = \frac{-1.2 \times 10^{-5}}{-2 \times 10^{-6}} \text{ V} = 6 \text{ V} \quad (2 \text{ 分})$$

$$\text{B、C 两点的电势差 } U_{BC} = \frac{W_{BC}}{q} = \frac{6 \times 10^{-6}}{-2 \times 10^{-5}} \text{ V} = -3 \text{ V} \quad (1 \text{ 分})$$

$$U_{AC} = U_{AB} + U_{BC} = 3 \text{ V} \quad (1 \text{ 分})$$

(2) 取 AB 连线中点 D, 则 $U_{AD} = 3 \text{ V}$ 。(1分) 因为 $U_{AC} = 3 \text{ V}$, 所以 C、D 电势相等, 所以 CD 连线为等势线。(1分) 而三角形 ABC 为等腰三角形, 所以电场强度方向沿着 AB 方向, 由 A 指向 B。

(1分) 因为 $BC = 2\sqrt{3} \text{ m}$, 由几何关系得 $AD = 3 \text{ m}$, 所以该电场的场强 $E = \frac{U_{AD}}{d_{AD}} = 1 \text{ V/m}$ (1分)

4. (1) 因为线圈转动的角速度 $\omega = \frac{2\pi}{T} = 10\pi$ (1分)

从图中可以看出, 线圈从中性面位置开始的, 所以感应电动势的瞬时表达式为:

$$e = nBL_1L_2\omega \sin \omega t = 40 \sin 10\pi t \quad (2 \text{ 分})$$

(2) 根据闭合电路欧姆定律可知, 电流的最大值为 $I_m = \frac{E_m}{R+r} = \frac{nBL_1L_2\omega}{R+r} = 1\text{A}$ (2分)

由于线圈是匀速转动的, 所以线圈中产生的是正弦交变电流, 电流表的读数就是该交变电流的有效值

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}\text{A} \quad (2\text{分})$$

因此, 电阻 R 消耗的电功率为: $P = I^2R = 19\text{W}$ (1分)

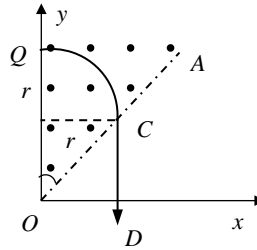
5. (1) 根据法拉第电磁感应定律, 感应电动势为 $E = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \frac{\Delta BS}{\Delta t} = kS$ (1分)

因平行金属板 M 、 N 与线圈两端相连, 所以 M 、 N 两板间的电压为 $U = E = kS$ (1分)

(2) 带电粒子在 M 、 N 间做匀加速直线运动, 有

$$qU = \frac{1}{2}mv^2 \quad (1\text{分})$$

带电粒子进入磁场区域的运动轨迹如图所示,



有 $qvB = m\frac{v^2}{r}$ (1分)

由几何关系可得 $r + r\cot 45^\circ = 1$ (1分)

解上述方程可得 $B = \frac{2}{l}\sqrt{\frac{2mkS}{q}}$ (1分)

(3) 设带电粒子在电场中运动的时间为 t_1 , 有 $d = \frac{1}{2}at_1^2$ (1分)

根据牛顿第二定律可得 $q\frac{U}{d} = ma$ (1分)

带电粒子在 yOA 区域内做匀速圆周运动, 有 $T = \frac{2\pi r}{v}$ (1分)

设带电粒子在该区域的运动时间为 t_2 , 由几何关系可知, 带电粒子在该区域运动时间为

$$t_2 = \frac{1}{4}T \quad (1\text{分})$$

带电粒子在第一象限的无场区中做匀速直线运动, 运动时间为 t_3 , 则 $s = vt_3$ (1分)

由几何关系得 $s = r$

粒子从 P 点射出至到达 x 轴的时间为 $t = t_1 + t_2 + t_3$

联立以上各式可得 $t = \left(2d + \frac{\pi + 2}{4}l\right)\sqrt{\frac{m}{2qkS}}$ (1分)

6. (1) $v = at = 3\text{m/s}$ $E = BLv$ $I = \frac{E}{R_1 + R_2}$ $P = I^2 R = 8\text{W}$ 解得 $B = 2\text{T}$

(2) 根据法拉第电磁感应定律 $\bar{E} = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ (1分)

根据电流强度的定义 $q = \frac{\bar{E}}{R_1 + R_2} \Delta t = \frac{\Delta\Phi}{R_1 + R_2}$ (1分)

代入数据可得: $q = 3\text{C}$ (1分)

(3) 当 $t = 6\text{s}$ 时, 设 MN 的速度为 v_2 , 则 $v_2 = at = 6\text{m/s}$ (1分)

感应电动势 $E_2 = BLv_2 = 12\text{V}$ (1分)

根据闭合电路欧姆定律 $I_2 = \frac{E_2}{R_1 + R_2} = 4\text{A}$ (1分)

安培力 $F_{\text{安}} = BI_2L = 8\text{N}$ (1分)

规定沿斜面向上为正方向, 对 PQ 进行受力分析可得

$F_2 + F_{\text{安}} \cos 37^\circ = mg \sin 37^\circ$ (1分)

代入数据 $F_2 = -5.2\text{N}$ (1分)

负号说明力的方向沿斜面向下

(4) MN 棒做变加速直线运动, 当 $x = 5\text{m}$ 时, 因为速度 v 与位移 x 成正比, 所以电流 I 、安培力也

与位移 x 成正比, 安培力做功 $W = -\frac{1}{2} BL \cdot \frac{BLv}{R_1 + R_2} \cdot x = -\frac{20}{3}\text{J}$ (1分)

电路中产生的总热量 $Q_1 = -W$ (1分)

则金属棒 PQ 产生的热量 $Q = \frac{R_2}{R_1 + R_2} Q_1 = \frac{40}{9}\text{J} \approx 4.44\text{J}$ (1分)

2019-2020 河南省郑州市高一上学期期中考试

物理 参考答案

一、**选择题**（本大题共 12 小题，每小题 4 分，共 48 分。其中 1-8 题为单项选择题，9-12 为多项选择题。全部选对的得 4 分，选对但选不全得 2 分，有选错或不选的得 0 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	B	C	D	C	D	B	C	C	BC	BD	AC	AB

二、**实验题**（本题共 2 小题，共 14 分。请按题目要求作答。）

13. 测磁感应强度实验

(1) 略（2 分）

(2) ③电流表的示数 I （1 分）

④金属棒的长度 l （字母合理既可）（1 分）

(3) $\frac{|m_0 - m_1|}{Il} g$ （1 分）

(4) 南 （1 分）

14. 测电动势和内阻实验

(1) R_1 （1 分）

(2) 2 V （1 分）

(3) ④ $I_1=1.30 \text{ mA}$ （1 分） $I_2=0.33 \text{ A}$ （1 分）⑤如图所示 （1 分）⑥ $E=1.48\sim 1.50 \text{ V}$ （1 分） $r=0.57\sim 0.61 \Omega$ （1 分）

三、**计算题**（本大题包括 4 道小题，共 40 分，解答应写出必要的文字说明、方程式和重要演算步骤。

只写出最后答案的不能得分）

15. 解：（1）此时电路中的电流为 $I = 6 \text{ A}$ ，则电源的总功率为：

$$P_{\text{总}} = EI = 90 \times 6 \text{ W} = 540 \text{ W} ,$$

（2）设线圈的电阻为 R ，重物被提升的功率为：

$$P_G = Fv = Gv = 360 \times 1 \text{ W} = 360 \text{ W}$$

根据能量守恒得：

$$P_{\text{总}} = P_G + I^2 r + I^2 R$$

$$\text{则得: } R = \frac{P_{\text{总}} - P_G - I^2 r}{I^2} = \frac{540 - 360 - 6^2 \times 2}{6^2} = 3\Omega$$

16. 解: (1) $\frac{n_1}{n_2} = \frac{U_1}{U_2} = \frac{250}{5000} = \frac{1}{20}$

(2) $r = \frac{P - P_1}{\frac{P}{U_2}} = 16\Omega$

$$P_{\text{损}}' = 2\% P_1 = 10 \text{ kW}$$

$$I' = \frac{P_1}{U'}$$

$$P_{\text{损}}' = I'^2 r = \frac{P_1^2}{U'^2} r$$

将 $P_1 = 500 \text{ kW}$, $r = 16\Omega$,

代入上式得: $U' = 20\text{kV}$

17. 解: (1) 粒子在加速电场中加速, 由动能定理得: $qU = \frac{1}{2}mv^2$,

$$\text{解得: } v = \sqrt{\frac{2qU}{m}},$$

带电粒子运动轨迹与 OP 相切, 运动轨迹如图所示,

$$\text{由几何知识得: } OM = R + \frac{R}{\sin 45^\circ},$$

$$\text{解得: } R = \frac{L}{1 + \sqrt{2}},$$

$$\text{洛伦兹力提供向心力, 由牛顿第二定律得: } qvB = m \frac{v^2}{R},$$

$$\text{解得: } B = \frac{\sqrt{2} + 1}{L} \sqrt{\frac{2mU}{q}};$$

(2) 粒子沿 y 轴负方向进入电场, 运动轨迹如图所示,

由几何知识可知，粒子在磁场中的轨道半径： $r = \frac{1}{2}L$ ，

粒子在磁场中的运动时间： $t_1 = \frac{1}{4}T = \frac{1}{4} \times \frac{2\pi r}{v} = \frac{\pi L}{4} \sqrt{\frac{m}{2qU}}$ ，

在电场中做类平抛运动，加速度 $a = \frac{qE}{m}$ ，

y 轴方向匀速运动，有： $r = vt_2$ ，

x 轴方向匀加速运动，有： $x = \frac{1}{2}at_2^2$ ，

解得： $x = \frac{EL^2}{16U}$ ， $t_2 = \frac{L}{2} \sqrt{\frac{m}{2qU}}$ ，

到 O 点的距离为： $\frac{1}{2}L + \frac{EL^2}{16U}$ ；

粒子从进入磁场到离开电场经过的时间：

$$t = t_1 + t_2 = \frac{\pi L}{4} \sqrt{\frac{m}{2qU}} + \frac{L}{2} \sqrt{\frac{m}{2qU}}；$$

18. 解：（1）金属棒做初速度为零的匀加速直线运动，

金属棒到达 cd 处时棒的速度： $v = at_1$ ，

感应电动势： $E = BLv = BLat_1$ ，

电压表示数： $U = IR_1 = \frac{E}{R_1 + R_2} R_1 = \frac{BLR_1 at_1}{R_1 + R_2}$ ，

磁感应强度： $B = \frac{U(R_1 + R_2)}{LR_1 at_1}$ ，

金属棒的速度： $v = at$ ，

金属棒受到的安培力： $F_{\text{安培}} = BIL = \frac{B^2 L^2 v}{R_1 + R_2} = \frac{U^2 (R_1 + R_2)}{R_1^2 t_1^2} t$ ，

对金属棒，由牛顿第二定律得： $F - F_{\text{安培}} = ma$ ，

解得：
$$F = \frac{U^2(R_1 + R_2)}{R_1^2 t_1^2} t + ma ;$$

(2) 金属棒达到 cd 时的位移：
$$x = \frac{1}{2} a t_1^2 ,$$

平均感应电动势：
$$\bar{E} = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \frac{BLx}{\Delta t} ,$$

平均感应电流：
$$\bar{I} = \frac{\bar{E}}{R_1 + R_2} ,$$

通过电阻 R_1 的电荷量：
$$q = \bar{I} \Delta t ,$$

解得：
$$q = \frac{U t_1}{2 R_1} ;$$

(3) 从 cd 到 ab 过程，由能量守恒定律得：
$$\frac{1}{2} m v^2 = Q + mgr ,$$

电阻 R_1 上产生的焦耳热：
$$Q_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} Q ,$$

解得：
$$Q_1 = \frac{(a^2 t_1^2 - 2gr)m R_1}{2(R_1 + R_2)} ;$$

2017-2018 学年上期期末考试 高二年级·化学·参考答案

一、选择题（共 16 小题，每小题 3 分，共 48 分）

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
C	A	B	B	D	C	A	B	C	B	D	C	A	C	B	D

二、非选择题（共 52 分）

17. （10 分）

- (1) 明矾水解生成氢氧化铝胶体，可吸附水中的悬浮物使其沉降下来（2 分）
- (2) $\text{MnS(s)} + \text{Hg}^{2+}(\text{aq}) \rightleftharpoons \text{HgS(s)} + \text{Mn}^{2+}(\text{aq})$ （2 分）
- (3) 切断 CO 来源，将病人移至空气流通处，必要时放入高压氧仓（2 分）
- (4) 9:11（2 分）
- (5) $3\text{NO}_2(\text{g}) + \text{H}_2\text{O}(\text{l}) = 2\text{HNO}_3(\text{aq}) + \text{NO}(\text{g}) \quad \Delta H = -138 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$ （2 分）

18. （11 分）

- (1) $2\text{MnO}_4^- + 5\text{H}_2\text{C}_2\text{O}_4 + 6\text{H}^+ = 2\text{Mn}^{2+} + 10\text{CO}_2\uparrow + 8\text{H}_2\text{O}$ （2 分）
- (2) 酸式（1 分）从滴定管的上口加入少量待装的液体，将滴定管倾斜并转动，使液体浸润滴定管的内壁，然后从下口放出液体，重复操作 2—3 次（2 分） C（1 分）
- (3) 滴入最后一滴 KMnO_4 溶液时，锥形瓶中溶液颜色由无色变成浅紫色，且半分钟内不褪色（2 分）
- (4) 偏大（1 分） (5) $0.2000 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ （2 分）

19. （10 分）

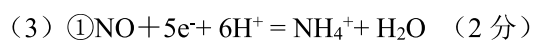
- (1) 0.0020 或 2.0×10^{-3} （1 分） 60% （1 分）
- (2) $K = \frac{c^2(\text{NO}_2)}{c(\text{N}_2\text{O}_4)} = \frac{0.12 \times 0.12}{0.04} = 0.36$ （1 分）
 $Q = \frac{0.22 \times 0.22}{0.24} = 0.20 < K$ （1 分）

故平衡向正方向移动（1 分）

- (3) CD（2 分） (4) 360 kPa （2 分） 不变（1 分）

20. （11 分）

- (1) $\text{Cu}^{2+} + 2\text{e}^- = \text{Cu}$ （1 分） 50% （2 分）
- (2) 避免了负极和电解质溶液直接反应，电子必须通过导线传递到正极才能发生反应，从而提高了电能的转化率。（合理答案即可得分）（2 分） 1.5 mol/L （2 分）



② 50 g (2分)

21. (10分, 每空2分)

(1) 4 1×10^{-13} (2) 1×10^{-10} BC (3) $\frac{(a-b)}{b} \times 10^{-7}$

2018—2019 学年上期期末考试

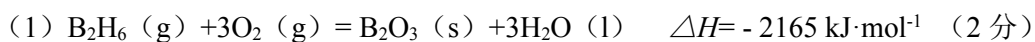
高中二年级化学 参考答案

选择题（共 16 小题，每小题 3 分，共 48 分。）

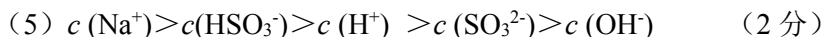
1.B 2.B 3.A 4.D 5.C 6.B 7.C 8.B 9.D 10.C 11.D 12.B 13.D 14.D 15.D 16.B

填空题（共 5 小题，共 52 分）

17. （10 分）



(4) 11 （2 分）



18. (9 分) (1) 除去蒸馏水中溶解的氧气，（1 分） 偏高 （1 分）

(2) 碱式 （1 分）

(3) 锥形瓶内溶液颜色的变化 （1 分）

(4) 不影响，（1 分） 滴入最后一滴标准液，溶液蓝色消失，且 30s 不变色 （2 分）

(5) $0.500 \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$ （2 分）

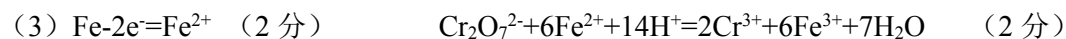
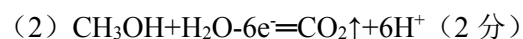
19. (11 分)

(1) ad （2 分） (2) C （1 分）

(3) 右，变深，增大 （各 1 分）

(4) ①60 （2 分） ②8/3 或 2.67 （2 分） ③> （1 分）

20. (11 分) (1) O_2 或氧气 （1 分）



(4) 5.6 (2分)

(5) 10 (2分)

21. (11分) (1) ①正盐 (1分) , ② $\text{H}_3\text{PO}_3 + \text{CH}_3\text{COO}^- = \text{H}_2\text{PO}_3^- + \text{CH}_3\text{COOH}$ (2分)

③ $\text{H}_3\text{PO}_3 + 2\text{OH}^- = \text{HPO}_3^{2-} + 2\text{H}_2\text{O}$ (2分)

(2) ① 10^{-5}mol/L (2分) , ② 1.5×10^{-5} (2分)

③ 1×10^{-9} (2分)