

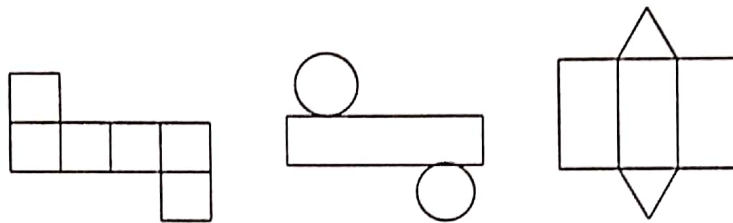
## 【经典例题】

1. 下列说法中，正确的个数是 ( C )

①同一个柱体的两个底面一定一样大；②圆柱、圆锥的底面都是圆；③棱柱的底面是四边形；④长方体一定是柱体；⑤三棱柱有三条棱.

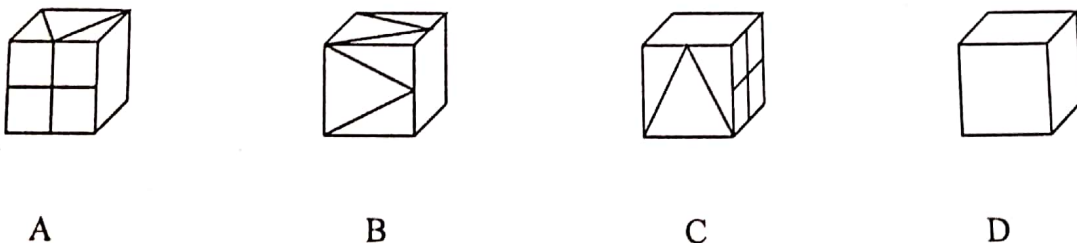
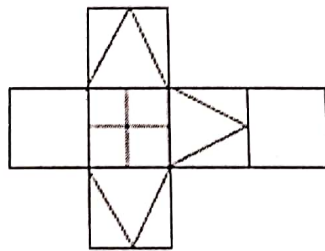
- A. 1个                      B. 2个                      C. 3个                      D. 4个

2. 如图，从左到右的三个图形是由立体图形展开得到的，则相应的立体图形的顺序是 ( C )



- A. 正方体、圆柱、圆锥                      B. 正方体、圆锥、三棱锥  
C. 正方体、圆柱、三棱柱                      D. 三棱锥、圆柱、正方体

3. 如图，是一个正方体的展开图，这个正方体可能是 ( B )



4. 一个棱柱有 12 个面，它有 20 个顶点， 30 条棱.



5. 用一个平面去截一个几何体，截面形状为三角形，则这个几何体可能为：①正方体；②三棱锥；③圆柱；④圆锥 ①②④ (写出所有正确结果的序号)。

6. (1) 如图 1 所示，用 5 个小正方体搭成的立体图形，请你从正面、左面、上面观察这个几何体，分别画出你所看到的几何体的形状图；

(2) 一个几何体由几块大小相同的小立方体搭成，从上面观察这个几何体，看到的形状如图 2 所示，其中小正方形中的数字表示在该位置小立方体的个数，请画出这个几何体从正面、左面观察的形状图。

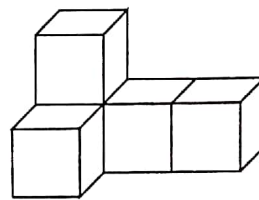
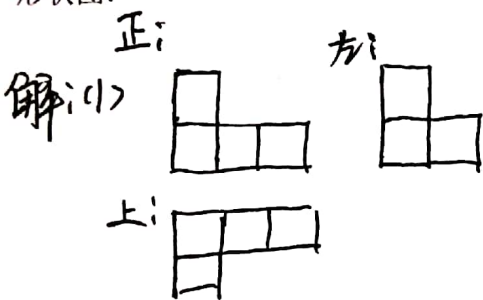


图 1

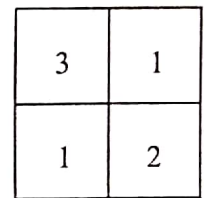
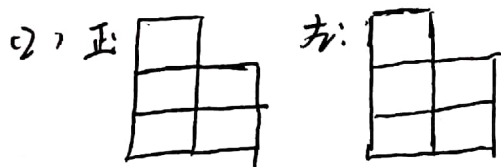


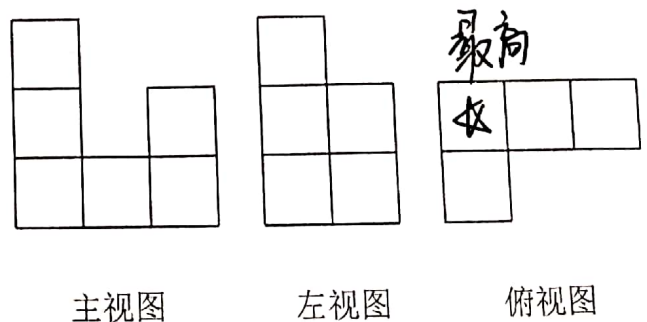
图 2



7. 一个几何体由几块相同的小正方体叠成，它的三视图如下图所示。请回答下列问题：

(1) 填空：①该物体有 3 层高；②该物体由 8 个小正方体搭成；

(2) 该物体的最高部分位于俯视图的什么地方？(注：在俯视图上标注，并有相应的文字说明)



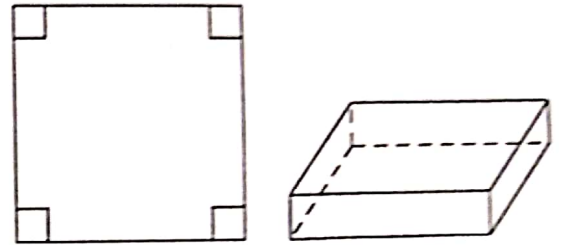
8. 在一张边长为 16cm 的正方形纸片的四个角各剪去一个同样大小的正方形，折成一个无盖的长方体。

(1) 如果剪去的小正方形的边长为  $x$ cm，请用  $x$  来表示这个无盖长方体的容积：（不必化简）

(2) 当剪去的小正方形的边长分别为 3cm 和 3.5cm 时，比较折成的无盖长方体的容积的大小。

解：(1)  $(16-2x) \times (16-2x) \times x$

(2)  $(16-2x) \times (16-2x) \times x$   
 $= x(16-2x)^2$



将  $x=3$ cm 代入

$$x(16-2x)^2$$

$$= 3 \times (16-2 \times 3)^2$$

$$= 3 \times (16-6)^2$$

$$= 3 \times 10^2$$

$$= 300 (\text{cm}^3)$$

当  $x=3.5$ cm 代入

$$x(16-2x)^2$$

$$= 3.5 \times (16-2 \times 3.5)^2$$

$$= 3.5 \times (16-7)^2$$

$$= 3.5 \times 9^2$$

$$= 283.5$$

$$\because 300 > 283.5$$

$\therefore$  当  $x$  为 3cm 时，无盖长方体的容积更大



## 有理数及其运算

### 【经典例题---概念辨析】

1. “厉害了我们的国”一档电视节目展示了我国国内生产总值由2006年的3645亿元增长到2017年的82.712万亿元，用科学记数法表示应为 ( B )

- A.  $0.82712 \times 10^{14}$     B.  $8.2712 \times 10^{13}$     C.  $8.2712 \times 10^{14}$     D.  $8.2712 \times 10^{12}$

2. 下列各数:  $-\frac{1}{2}$ ,  $-0.7$ ,  $-9$ ,  $25$ ,  $\frac{\pi}{5}$ ,  $0$ ,  $-7.3$  中, 分数有 ( C ) 个.

- A. 1                      B. 2                      C. 3                      D. 4

3. 下列几种说法中, 正确的是 ( C )

- A. 有理数的绝对值一定比0大                      B. 有理数的相反数一定比0小  
C. 互为倒数的两个数的积为1                      D. 两个互为相反的数(0除外)的商是0

4. 下下列各组运算中, 其值最小的是 ( A )

- A.  $-(-3-2)^2$                       B.  $(-3) \times (-2)$                       C.  $(-3)^2 \div (-2)^2$                       D.  $(-3)^2 \div (-2)$

5. 已知  $a$  是最小的正整数,  $b$  是最大的负整数,  $c$  是倒数等于自身的有理数, 表示有理数  $d$  的点到原点的距离为2, 求  $a-b-c+d$  的值.

解: 由题意知,  $a=1$      $b=-1$      $c=\pm 1$      $d=\pm 2$

①  $a=1, b=-1, c=1, d=2$  时  $a-b-c+d = 1-(-1)-1+2 = 3$

②  $a=1, b=-1, c=1, d=-2$  时  $a-b-c+d = 1-(-1)-1+(-2) = -1$

③  $a=1, b=-1, c=-1, d=2$  时  $a-b-c+d = 1-(-1)-(-1)+2 = 5$

④  $a=1, b=-1, c=-1, d=-2$  时  $a-b-c+d = 1-(-1)-(-1)+(-2) = 1$

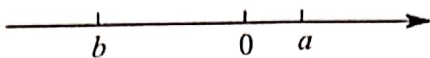
$\therefore a-b-c+d$  的值为3或-1或5或1



【经典例题--数轴与绝对值】

1. 有理数  $a, b$  在数轴上的对应点如图所示, 则下面式子中正确的是 ①④ (填写序号).

①  $b < 0 < a$ ; ②  $|b| < |a|$ ; ③  $ab > 0$ ; ④  $a - b > a + b$ .



2. 对于有理数  $a, b$ , 有以下四个判断:

①若  $|a| = b$ , 则  $a = b$ ; ②若  $|a| > b$ , 则  $|a| > |b|$ ; ③若  $a = -b$ , 则  $|a| = |b|$ ; ④若  $|a| < |b|$ , 则

$a < b$ . 其中正确的判定个数是 (D)

A. 4个

B. 3个

C. 2个

D. 1个

3. 已知  $a < 0, b > 0, |a| < |b|$ , 那么下列关系正确的是 (A)

A.  $b > -a > a > -b$

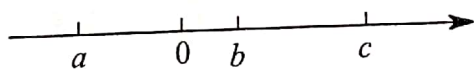
B.  $-b > a > -a > b$

C.  $a > -b > -a > b$

D.  $-a > b > -b > a$

4. 已知数  $a, b, c$  的大小关系如图所示, 则下列各式: ①  $abc > 0$ ; ②  $a + b - c > 0$ ; ③

$\frac{a}{|a|} + \frac{b}{|b|} + \frac{|c|}{c} = 1$ ; ④  $bc - a > 0$ ; ⑤  $|a - b| - |c + a| + |b - c| = -2a$ , 其中正确的有 (C) 个.



A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

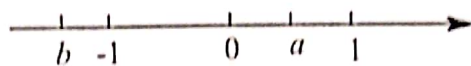
5. (1) 若  $|m - n| = n - m$ , 且  $|m| = 4, |n| = 3$ , 则  $(m + n)^2 =$  1或49.

(2) 若  $|a| = 13, |b| = 27$ , 且  $|a + b| \neq a + |b|$ , 则  $a + b =$  -14或-40

(3) 已知  $|a - b| = 6, |b| = 3, |a + b| = |a| - |b|$ , 则  $a + b =$  0.



6. 已知：有理数  $a$ 、 $b$  在数轴上对应的点如图.



(1) 化简  $\frac{|b|+b}{7} + \frac{|a|+a}{3}$

(2) 化简:  $|a+b| - |1-a| - |b+1|$

解: (1)  $= \frac{-b+b}{7} + \frac{a+a}{3}$   
 $= \frac{2}{3}a$

(2)  $-a-b-(1-a)-(b+1)$   
 $= -a-b-1+a+b+1$   
 $= 0$

7. 我们知道，在数轴上， $|a|$  表示数  $a$  到原点的距离，这是绝对值的几何意义。进一步地，数轴上两个点  $A$ 、 $B$ ，分别用  $a$ 、 $b$  表示，那么  $A$ 、 $B$  两点之间的距离为： $AB = |a-b|$ 。利用此结论，回答以下问题：

(1) 数轴上表示 2 和 5 的两点的距离是 3，数轴上表示 -20 和 -5 的两点之间的距离是 15，数轴上表示 15 和 -30 的两点之间的距离是 45。

(2) 数轴上表示  $x$  和 -1 的两点  $A$ 、 $B$  之间的距离是  $|x-(-1)|$ ，如果  $|AB|=2$ ，那么  $x$  是 或 -3。

(3) 式子  $|x+1| + |x-2| + |x-3|$  的最小值是 4。



8. 如图：在数轴上  $A$  点表示数  $a$ ， $B$  点表示数  $b$ ， $C$  点表示数  $c$ ， $b$  是最大的负整数，且  $a$ 、 $c$  满足  $|a+3|$  与  $(c-5)^2$  互为相反数。

(1)  $a = -3$ ， $b = -1$ ， $c = 5$ ；

(2) 若将数轴折叠，使得  $A$  点与  $C$  点重合，则点  $B$  与数  $3$  表示的点重合；

(3) 点  $A$ 、 $B$ 、 $C$  开始在数轴上运动，若点  $A$  以每秒 2 个单位长度的速度向左运动，同时，点  $B$  和点  $C$  分别以每秒 1 个单位长度和 3 个单位长度的速度向右运动，假设  $t$  秒钟过后，若点  $A$  与点  $B$  之间的距离表示为  $AB$ ，点  $B$  与点  $C$  之间的距离表示为  $BC$ 。

① 请问： $3BC - 2AB$  的值是否随着时间  $t$  的变化而改变？若变化，请说明理由；若不变，请求其值。

② 探究：在 (3) 的情况下，若点  $A$ 、 $C$  向右运动，点  $B$  向左运动，速度保持不变， $3BC - 4AB$  的值是否随着时间  $t$  的变化而改变？若变化，请说明理由；若不变，请求其值。



解：①  $A: -3-2t$   $B: -1+t$   $C: 5+3t$   $\therefore 1) 当 0 \leq t < \frac{2}{3}$  时。

$$BC = 5+3t - (-1+t) = 6+2t$$

$$AB = -1+t - (-3-2t) = 3t+2$$

$$\begin{aligned} 3BC - 2AB &= 3 \times (6+2t) - 2 \times (3t+2) \\ &= 18+6t-6t-4 \\ &= 14 \end{aligned}$$

$\therefore$  不变，其值为 14

② 当  $A$ 、 $B$  相遇时，所需时间为  $a$ s。

$$2a+a=2$$

$$a = \frac{2}{3}s$$

$$AB = -1-t - (-3+2t)$$

$$= -3t+2$$

$$BC = 5+3t - (-1-t)$$

$$= 6+4t$$

$$\begin{aligned} 3BC - 4AB &= 3 \times (6+4t) - 4 \times (-3t+2) \\ &= 10+24t \quad (\text{变}) \end{aligned}$$

$\therefore 2) 当 t > \frac{2}{3}$  时

$$AB = -3+2t - (-1-t)$$

$$= 3t-2$$

$$BC = 5+3t - (-1-t)$$

$$= 6+4t$$

$$\begin{aligned} 3BC - 4AB &= 3 \times (6+4t) - 4 \times (3t-2) \\ &= 26 \quad (\text{不变}) \therefore \text{综上} \dots \end{aligned}$$

$A: -3+2t$   $B: -1-t$   $C: 5+3t$



【经典例题---相关计算】

1. 在数 5, -3, 2, -4 中任取三个数相乘, 其中积最小的是 (C)

A. -30

B. 24

C. -40

D. 60

2. (1)  $(-81) \div \frac{9}{4} \times \frac{4}{9} \div (-16)$

$$= -81 \times \frac{4}{9} \times \frac{4}{9} \times (-\frac{1}{16})$$

$$= -16 \times (-\frac{1}{16})$$

$$= 1$$

(3)  $-3^2 \times (-\frac{1}{3})^2 + (\frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{3}{8}) \times (-24)$

$$= -9 \times \frac{1}{9} + \frac{19}{24} \times (-24)$$

$$= -1 + (-19)$$

$$= -20$$

(2)  $-3^2 - 5 \times |-3| + (-2)^2 \div 4$

$$= -9 - 5 \times 3 + 4 \div 4$$

$$= -9 - 15 + 1$$

$$= -23$$

(4)  $(-2)^4 - [(-3)^2 - (1 - 2^3 \times \frac{3}{4}) \div (-2)]$

$$= 16 - [9 - (1 - 6) \div (-2)]$$

$$= 16 - (9 - \frac{5}{2})$$

$$= 16 - 9 + \frac{5}{2} = 9\frac{1}{2}$$

3. “十一”黄金周期间, 新乡动物园在 7 天假期中每天旅游的人数变化如下表 (正数表示比前一天多的人数, 负数表示比前一天少的人数)

日期	10月1日	10月2日	10月3日	10月4日	10月5日	10月6日	10月7日
人数变化	+1.6	+0.8	+0.4	-0.4	-0.8	+0.2	-1.2
单位: 万人	$a+1.6$	$a+2.4$	$a+2.8$	$a+2.4$	$a+1.6$	$a+1.8$	$a+0.6$

(1) 若 9 月 30 日的游客人数为  $a$  万人, 请用含  $a$  的代数式表示 10 月 2 日的游客人数?

(2) 请判断七天内游客人数最多的是哪天? 请说明理由.

(3) 若 9 月 30 日的游客人数为 2 万人, 门票每人 10 元, 问黄金周期间新乡动物园门票总收入是多少万元?

解: (1)  $a+1.6+0.8 = (a+2.4)$  万人

(2) 10月3日

(3)  $2 \times 7 + (1.6 + 2.4 + 2.8 + 2.4 + 1.6 + 1.8 + 0.6)$

$$= 14 + 13.2$$

$$= 27.2 \text{ (万人)}$$

$$27.2 \times 10 = 272 \text{ (万元)}$$

教的是根 学的是源



扫描全能王 创建



【经典例题】

1. 下列代数式中： $\frac{1}{x}$ ,  $2x+y$ ,  $\frac{1}{3}a^2b$ ,  $\frac{x-y}{\pi}$ ,  $\frac{5y}{4x}$ ,  $0.5$ ,  $a$  整式有 5 个.

2. 下列说法 “①  $-\frac{2xy}{3}$  的系数是 -2; ②  $\frac{1}{p}$  不是单项式; ③  $\frac{x+y}{6}$  是多项式; ④  $\frac{3}{5}mn^2$  的次数是 3;

⑤  $x^2-x-1$  是三次三项式; ⑥  $\frac{1}{\pi}$  是代数式但不是整式” 中正确的有 (B)

A. 2 个

B. 3 个

C. 4 个

D. 5 个

3. 已知  $a, b$  为常数, 且三个单项式  $4xy^2$ ,  $axy^b$ ,  $-5xy$  相加的和仍然是单项式, 那么  $a+b =$

-2 或 6.

4. (1) 若  $x-2y=3$ , 则代数式  $6-3x+6y$  的值为 -3.

(2) 已知  $x^2-2x+1=0$ , 则  $\frac{1}{2}x-\frac{1}{4}x^2-1$  的值为  $-\frac{3}{4}$ .

(3) 当  $x=-2$  时,  $ax^3+bx-7$  的值为 9, 则当  $x=2$  时,  $ax^3+bx-7$  的值是 -23.

5. 已知代数式  $A=2x^2+3xy+2y-1$ ,  $B=x^2-xy$

(1) 若  $(x+1)^2+|y-2|=0$ , 求  $A-2B$  的值;

(2) 若  $A-2B$  的值与  $y$  的取值无关, 求  $x$  的值.

解: (1)  $x=-1, y=2$

(2)  $5xy+2y-1$  与  $y$  取值无关

$A-2B$

$$5xy+2y=0$$

$$= 2x^2+3xy+2y-1-2x(x^2-xy)$$

$$5xy=2y$$

$$= 2x^2+3xy+2y-1-2x^3+2xy$$

$$5x=2$$

$$= 5xy+2y-1$$

$$x = -\frac{2}{5}$$

将  $x=-1, y=2$  代入

$$5xy+2y-1$$

$$= 5 \times (-1) \times 2 + 2 \times 2 - 1$$

$$= -10 + 4 - 1 = -7$$



6. 先化简再求值:  $2(x^2y-x) - [3x^2y^2 + x^2y + (-3x^2y^2 - 3x)]$ , 其中  $(x+1)^2 + |y-2| = 0$ .

$$\begin{aligned} \text{解: 原式} &= 2x^2y - 2x - (3x^2y^2 + x^2y - 3x^2y^2 - 3x) \\ &= 2x^2y - 2x - 3x^2y^2 - x^2y + 3x^2y^2 + 3x \\ &= x^2y + x \end{aligned}$$

$x = -1, y = 2$ , 将  $x = -1, y = 2$  代入

$$x^2y + x = (-1)^2 \times 2 + (-1) = 1$$

7. 小丽暑假期间参加社会实践活动, 从某批发市场以批发价每个  $m$  元的价格购进 100 个手机充电宝, 然后每个加价  $n$  元到市场出售

(1) 求售出 100 个手机充电宝的总售价为多少元 (结果用含  $m, n$  的式子表示)?

(2) 由于开学临近, 小丽在成功售出 60 个充电宝后, 决定将剩余充电宝按售价 8 折出售, 并很快全部售完. (注: 售价的 8 折即按原售价的 80% 出售)

① 她的总销售额是多少元?

② 相比不采取降价销售, 她将比实际销售多盈利多少元 (结果用含  $m, n$  的式子表示)?

③ 若  $n = \frac{1}{2}m$ , 小丽实际销售完这批充电宝的利润率为多少? (利润率 = 利润 ÷ 进价 × 100%)

解: ①  $100 \times (m+n) = (100m + 100n)$  元

$$\begin{aligned} \text{② } & 60 \times (m+n) + 40 \times (m+n) \times 80\% \\ &= 60m + 60n + 32m + 32n \\ &= (92m + 92n) \text{ 元} \end{aligned}$$

② 实际总销售额:  $(92m + 92n)$  元

实际盈利:  $92m + 92n - 100m = (92n - 8m)$  元

$$\begin{aligned} & \frac{100n - (92n - 8m)}{100n} \\ &= \frac{8n + 8m}{100n} \end{aligned}$$

③ 实际盈利:  $92n - 8m$

$$= 92 \times \frac{1}{2}m - 8m$$

$$= 46m - 8m$$

$$= 38m$$

∴ 利润率:  $\frac{38m}{100m} \times 100\%$

$$= 38\%$$

教的是根 学的是藤



扫描全能王 创建

【经典例题】

【例一】

1. 有一种“二十四点”的游戏，其游戏规则是这样的：给定四个有理数，将这四个数（每个数用且只能用一次）进行混合计算，使其结果等于 24。现在有四个有理数 4, -1, 7, -3，你列出的算式是

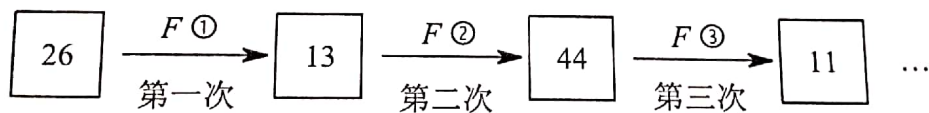
是  $4 \times 7 + (-1) + (-3)$ 。

2. 任意取一个数字串，长度不限，依次写出该数中的偶数个数、奇数个数以及总的数字个数，把这三组数从左到右写成一个新数；重复以上工作，最后会得到一个反复出现的数字，我们称它为“数字黑洞”。这个数字是

是 123。

3. 定义一种对正整数  $n$  的“ $F$ ”运算，①当  $n$  为奇数时，结果为  $3n+5$ ；②当  $n$  为偶数时，结果为  $\frac{n}{2^k}$ （其中  $k$  是使  $\frac{n}{2^k}$  为奇数的正整数），并且运算重复进行，例如，取  $n=26$ ，则：若  $n=449$ ，则第

201 次“ $F$ ”运算的结果是 ( D )



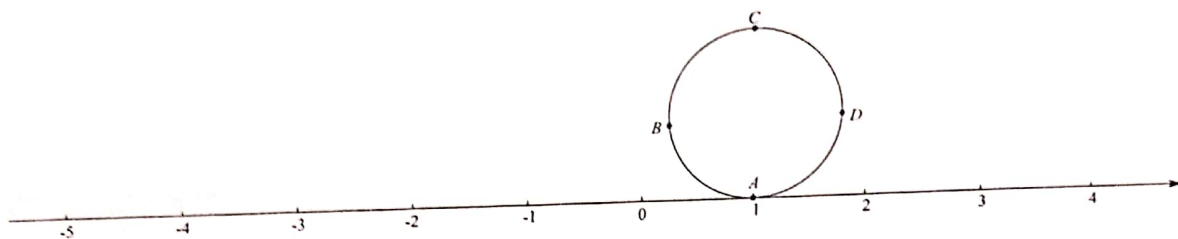
- A. 1                                      B. 4                                      C. 6                                      D. 8

4. 1 米长的彩带，第 1 次剪去  $\frac{1}{3}$ ，第二次剪去剩下的  $\frac{1}{3}$ ，如此剪下去，剪 7 次后剩下的彩带长（不计损耗）为 ( D )

- A.  $\left(\frac{1}{3}\right)^6$  米                                      B.  $\left(\frac{1}{3}\right)^7$  米                                      C.  $\left(\frac{2}{3}\right)^6$  米                                      D.  $\left(\frac{2}{3}\right)^7$  米



5. 如图所示, 圆的周长为 4 个单位长度, 在圆的 4 等分点处标上字母 A, B, C, D, 先将圆周上的字母 A 对应的点与数轴上数字 1 对应的点重合, 再将圆沿着数轴向左滚动, 则数轴上 -2019 对应的点将与圆周上字母 A 对应的点重合.



【例二】

1. 找规律: 观察算式

$$1^3 = 1$$

$$1^3 + 2^3 = 9$$

$$1^3 + 2^3 + 3^3 = 36$$

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 = 100$$

...

(1) 按规律填空

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + \dots + 10^3 = \underline{55^2};$$

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + \dots + n^3 = \left[ \frac{n(n+1)}{2} \right]^2$$

(2) 由上面的规律计算:  $11^3 + 12^3 + 13^3 + 14^3 + \dots + 50^3$  (要求: 写出计算过程)

(3) 思维拓展: 计算:  $2^3 + 4^3 + 6^3 + \dots + 98^3 + 100^3$  (要求: 写出计算过程)

(2) 解: 原式 =  $1^3 + 2^3 + \dots + 10^3 + 11^3 + 12^3 + \dots + 50^3 - (1^3 + 2^3 + \dots + 10^3)$

$$= \left[ \frac{50 \times (1+50)}{2} \right]^2 - \left[ \frac{(1+10) \times 10}{2} \right]^2$$

$$= (25 \times 51)^2 - (11 \times 5)^2$$

$$= 1622600$$

(3) 原式 =  $2^3 \times 1^3 + 2^3 \times 2^3 + 2^3 \times 3^3 + \dots + 2^3 \times 50^3$

$$= 2^3 \times (1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + 50^3)$$

$$= 2^3 \times \left[ \frac{50 \times (50+1)}{2} \right]^2$$

$$= 13005000$$



2. 观察下列式子:

第1个式子:  $5^2 - 4^2 = 3^2$ ;

第2个式子:  $13^2 - 12^2 = 5^2$ ;

第3个式子:  $25^2 - 24^2 = 7^2$ ;

...

按照上述式子的规律, 第5个式子为  $61^2 - 60^2 = 11^2$ ;

第  $n$  个式子为 \_\_\_\_\_ ( $n$  为正整数)

$$[2n(n+1)+1]^2 - [2n(n+1)]^2 = (2n+1)^2$$

